Отандық ғылыми кеңесшінің Керімақын Айнұрдың ««8D05405 Есептеу ғылымдары және статистика» мамандығы бойынша философия докторы (PhD) ғылыми дәрежесін алу үшін ұсынған «Геометриясы күрделі облыстардағы есептеу гидродинамикасы есептерін бейімдегіш торлар әдісімен шешу» тақырыбындағы диссертациясына

ПІКІР

Ұсынылған диссертациялық жұмыста шекарасы қисық сызықты кеуек ортасы бар облыстағы тұтқыр сығылмайтын сұйықтықтың ағынын сипаттайтын цилиндрлік координаттар жүйесіндегі Навье–Стокс–Бринкман теңдеулеріне қойылған бастапқы-шеттік есеп зерттелген. Есеп осьтік симметрия жағдайында вариациялық тұжырымдамада қарастырылған, ал әлсіз шешім ұғымы Соболев кеңістіктерінде анықталған. Ізденуші функционалдық талдаудың негізгі әдістерін, атап айтқанда, Соболев кеңістіктері теориясы мен энергетикалық әдісті тиімді қолданған, бұл есептің әлсіз шешімін қисынды қоюуға мүмкіндік берді.

Навье-Стокс теңдеулері үшін тұжырымдалған вариациялық есепті сандық шешу үшін ақырлы элементтер әдісі мен Тейлор-Худ алгоритмі қолданылды. Бұл алгоритм ершік нүктелі вариациялық есепке inf-sup шартының орындалуын қамтамасыз етеді. Бұл есеп үшін шешімнің орнықтылығын қамтамасыз ететін теорема дәлелденді. Дискреттік есептің жуық шешімі бастапқы дифференциалдық есептің шешіміне жинақталатыны туралы теорема дәлелденді.

Бұл нәтижелер дифференциалдық есептің және сандық схеманың қисындылығы мен дәлдігі үшін маңызды негіз болып табылады. Сандық схеманы іске асыру үшін Visual Studio ортасында FeniCS заманауи есептеу платформасының пакеті орнатылды. Бастапқы және шекаралық шарттарды ескере отырып жылдамдық, қысым айнымалылары үшін шешімдер кеңістігі құрылды. Құрылымды және құрылымсыз торларды құру алгоритмдері үшін бағдарламалық кодтар жазылды. Сонымен қатар сызықтық емес дискретті теңдеулер жүйесін Ньютон әдісімен сандық шешу үшін есептеу платформасының арнайы операторлары қамтылған бағдарламалық код әзірленді. Ал ток функциясын қалпына келтіру үшін «арнайы» жылдамдық иірімі енгізілді. Осы әдіс ток функциясы үшін Лаплас опреторымен өрнектелетін теңдеу берді, нәтижесінде нақты ағыстың ток функциясы изосызықтарының графигі сызылды.

Әзірленген қолданбалы бағдарламалар кешенінің көмегімен кіріс параметрлерінің кең диапазонында қисық сызықты цилиндрлік аймақтағы ағын құрылымы сандық зерттелді. Рейнольдс санының өсуіне байланысты ағын функциясының максималды мәні артатыны көрсетілді, бұл инерциялық әсерлердің күшеюімен және циркуляция аймағының кеңеюімен сипатталады. Сонымен қатар, торларды жиілетіп жүргізілген есептеу нәтижелері тор өлшемінен тәуелсіз шешімдер берді. Қолданылған ақырлы элементтер әдісінің тұрақтылығы мен дәлдігі айқындалды.

Диссертациялық жұмыстың екінші тарауы Навье–Стокс теңдеулерін цилиндрлік координаттар жүйесінен еркін қисық сызықты ортогональды координаттар жүйесіне түрлендіруге арналған. Бұл тарауда күрделі геометриялық аймақтардағы есепті қарапайым аймаққа бейнелеу мәселелері қатаң математикалық тұрғыда көрсетілген. Еркін, ортогональды қисық сызықты координаттарға түрлендірудің математикалық аппаратын пайдалана отырып, автор теңдеулердің жаңа түрін алды және олар үшін ақырлы-айырымдық схеманы әзірледі.

Сонымен қатар, ортогональды қисық сызықты торлар әдісі негізінде күрделі геометриялық облыстар үшін тиімді есептеу торлары құрылды. Теңдеулер жүйесін шешу үшін үш қабатты айырымдық схема және итерациялық алгоритм ұсынылды. Әзірленген алгоритм тордың ортогональдығын, сандық шешімнің орықтылығын және есептеулердің жоғары дәлдігін қамтамасыз етеді. Сандық эксперименттер Python 3.11 бағдарламалау тілін қолдану арқылы Jupyter ортасында орындалды. Алынған нәтижелер Роуч есебінің эталондық деректерімен, сондай-ақ Napolitano мен Orlandi зерттеулерінің нәтижелерімен жақсы сәйкес келеді, бұл ұсынылған әдістің орнықтылығы мен дәлдігін растайды.

Диссертацияның үшінші тарауы каталитикалық нейтрализатордағы ламинарлық ағындарды модельдеуге арналған. Бұл тарауда ток функциясы және жылдамдық иірімі айнымалыларындағы Навье-Стокс теңдеулері цилиндрлік координаттар жүйесінен еркін, қисық сызықты ортогональды координаттар жүйесіне көшу қатаң математикалық аппаратты қолдану арқылы негізделген. Қисық сызықты облыстарда ортогональды торларды құру үшін эллиптикалық тор генераторлары қолданылды, бұл күрделі геометриялы облыстар үшін тиімді есептеу торларын құруға мүмкіндік берді.

Теңдеулерді шешу үшін ақырлы айырымдар әдісі қолданылды, ал есептеу процесі үш қабатты алгоритм негізінде жүзеге асырылды. Сандық эксперименттердің нәтижелері арқылы ұсынылған схеманың орнықтылығы мен жинақталуы негізделіп, расталды. Есеп қойылымында жоқ қысым айнымалысын табу алгоритмі құрылды. Сандық шешімдер Python 3.11 тілінің көмегімен Jupyter ортасында алынды. Бұған қоса, FEniCS платформасында ақырлы элементтер әдісімен (FEM) және Python ортасында ақырлы айырымдар әдісімен (FDM) алынған нәтижелерге салыстырмалы талдау жасалды. Нәтижелердің өзара сәйкестігі әзірленген сандық модельдердің орнықтылығы мен жоғары дәлдігін көрсетеді.

Ұсынылған математикалық модельдер мен сандық алгоритмдер қолданбалы математика, есептеу гидродинамикасы және инженерлік салалар үшін теориялық та, практикалық та маңызы зор.

Керімақын Айнұр өз диссертациясында теоремалар мен леммаларды қоса алғанда, тұжырымдалған барлық пайымдауларға толық әрі қатаң математикалық дәлелдемелер келтірді.

Диссертация орындау барысында Керімақын Айнұр заманауи сандық әдістерді терең меңгергенін, күрделі математикалық модельдерді құру мен

оларды тиімді сандық алгоритмдер арқылы жүзеге асыра алатынын көрсетті. Сонымен қатар, Python, FEniCS, Jupyter сияқты заманауи бағдарламалау және есептеу платформаларын жоғары деңгейде игеріп, ғылыми есептеулерді бағдарламалық тұрғыдан сауатты шеше алатын қабілетін танытты, ғылыми-зерттеу жұмысына аса жауапкершілікпен қарап, еңбекқорлығы мен табандылығының арқасында қойылған ғылыми міндеттерді жоғары деңгейде орындады.

Қорытындылай келе, «8D05405 – Есептеу ғылымдары және статистика» білім беру бағдарламасы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін алу үшін ұсынылған Керімақын Айнұрдың «Геометриясы күрделі облыстардағы есептеу гидродинамикасы есептерін бейімдегіш торлар әдісімен шешу» тақырыбындағы диссертациялық жұмысы философия докторы (PhD) дәрежесіне үміткер диссертацияларға қойылатын талаптарға толық сәйкес келеді.

Сондықтан диссертация авторы Керімақын Айнұр «Есептеу ғылымдары және статистика» бағыты бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін беруге лайық деп санаймын.

Отандық ғылыми кеңесші,
ф.м.-ғ.д., профессор,
ҚР ҰИА академигі, Ресей ғылым академиясының құрметті докторы **Темірбеков Н.М.**

Қолын растаймын
Подпись заверяю