REVIEW OF THE FOREIGN SCIENTIFIC ADVISOR

on the PhD Dissertation of Saule Kaldarbekkyzy Kuanysh,
PhD Candidate of Al-Farabi Kazakh National University, submitted for the degree of Doctor of Philosophy (PhD) in the Educational Program 8D05401-Mathematics

Dissertation Title: *«Numerical - analytical methods for solving nonlocal problems for integro-differential equations of parabolic type»*

REVIEW

The dissertation of Saule Kaldarbekkyzy Kuanysh, entitled *«Numerical - analytical methods for solving nonlocal problems for integro-differential equations of parabolic type»* is devoted to the investigation of nonlocal problems for loaded parabolic equations and Fredholm parabolic-type integro-differential equations.

The research topic belongs to one of the important and relevant areas of modern applied mathematics and mathematical physics. Loaded parabolic and integro-differential equations are widely used in the mathematical modeling of heat transfer processes, diffusion phenomena, control systems, and various processes involving memory effects. Therefore, the results obtained in this dissertation are of considerable theoretical and practical significance.

The main objective of the research is to establish conditions for the unique solvability of nonlocal boundary value problems for loaded parabolic equations and nonlocal problems for Fredholm parabolic-type integro-differential equations, as well as to develop effective numerical-analytical methods for their solution.

The scientific novelty of the dissertation lies in the development of new numerical-analytical approaches for the study of the considered problems and in the construction of algorithms for computing their approximate solutions. The author has obtained original results of both theoretical and practical importance. The effectiveness of the proposed methods is confirmed by numerical experiments and demonstrated through a number of illustrative examples.

From May 12 to June 12, 2025, Saule Kaldarbekkyzy Kuanysh completed a scientific internship under my supervision. During this period, the main results of the dissertation research were discussed at scientific seminars and received positive evaluations from specialists in the field. Recommendations regarding the structure of the dissertation, the presentation of the results, and their scientific justification were provided and subsequently incorporated into the work.

Throughout the internship, Saule Kaldarbekkyzy Kuanysh demonstrated herself to be an independent, motivated, and capable researcher with strong mathematical training, excellent analytical skills, and the ability to apply modern research methods to challenging problems in mathematical physics.

Based on the above, the dissertation of Saule Kaldarbekkyzy Kuanysh represents a completed and substantial scientific study carried out at a high academic level. The obtained results possess scientific novelty, theoretical value, and practical significance.

In my opinion, the dissertation entitled *«Numerical - analytical methods for solving nonlocal problems for integro-differential equations of parabolic type»* meets the requirements for the degree of Doctor of Philosophy (PhD) in the educational program **8D05401-Mathematics**, and its author deserves to be awarded the degree of Doctor of Philosophy (PhD).

Scientific Advisor

June 1, 2026. Professor Liu Zhenhai 刘振海

School of Mathematical Sciences, Guangxi Minzu University, China

REVIEW OF THE FOREIGN SCIENTIFIC ADVISOR

on the PhD Dissertation of Saule Kaldarbekkyzy Kuanysh,
PhD Candidate of Al-Farabi Kazakh National University, submitted for the degree of Doctor of Philosophy (PhD) in the Educational Program 8D05401-Mathematics

Dissertation Title: ***«Numerical - analytical methods for solving nonlocal problems for integro-differential equations of parabolic type»***

REVIEW

The dissertation of Saule Kaldarbekkyzy Kuanysh, entitled ***«Numerical - analytical methods for solving nonlocal problems for integro-differential equations of parabolic type»*** is devoted to the investigation of nonlocal problems for loaded parabolic equations and Fredholm parabolic-type integro-differential equations.

The research topic belongs to one of the important and relevant areas of modern applied mathematics and mathematical physics. Loaded parabolic and integro-differential equations are widely used in the mathematical modeling of heat transfer processes, diffusion phenomena, control systems, and various processes involving memory effects. Therefore, the results obtained in this dissertation are of considerable theoretical and practical significance.

The main objective of the research is to establish conditions for the unique solvability of nonlocal boundary value problems for loaded parabolic equations and nonlocal problems for Fredholm parabolic-type integro-differential equations, as well as to develop effective numerical-analytical methods for their solution.

The scientific novelty of the dissertation lies in the development of new numerical-analytical approaches for the study of the considered problems and in the construction of algorithms for computing their approximate solutions. The author has obtained original results of both theoretical and practical importance. The effectiveness of the proposed methods is confirmed by numerical experiments and demonstrated through a number of illustrative examples.

From May 12 to June 12, 2025, Saule Kaldarbekkyzy Kuanysh completed a scientific internship under my supervision. During this period, the main results of the dissertation research were discussed at scientific seminars and received positive evaluations from specialists in the field. Recommendations regarding the structure of the dissertation, the presentation of the results, and their scientific justification were provided and subsequently incorporated into the work.

Throughout the internship, Saule Kaldarbekkyzy Kuanysh demonstrated herself to be an independent, motivated, and capable researcher with strong mathematical training, excellent analytical skills, and the ability to apply modern research methods to challenging problems in mathematical physics.

Based on the above, the dissertation of Saule Kaldarbekkyzy Kuanysh represents a completed and substantial scientific study carried out at a high academic level. The obtained results possess scientific novelty, theoretical value, and practical significance.

In my opinion, the dissertation entitled ***«Numerical - analytical methods for solving nonlocal problems for integro-differential equations of parabolic type»*** meets the requirements for the degree of Doctor of Philosophy (PhD) in the educational program **8D05401-Mathematics**, and its author deserves to be awarded the degree of Doctor of Philosophy (PhD).

Scientific Advisor

June 1, 2026. Professor Liu Zhenhai

School of Mathematical Sciences, Guangxi Minzu University, China

ШЕТЕЛДІК ҒЫЛЫМИ КЕҢЕСШІНІҢ ПІКІРІ
әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университетінің
PhD докторанты Қуаныш Сәуле Қалдарбекқызының диссертациясына

тақырыбы: «Параболалық тектес интегралдық-дифференциалдық теңдеулер үшін бейлокал есептерді шешудің сандық-аналитикалық әдістері», «8D05401 Математика» мамандығы бойынша философия
докторы (PhD) ғылыми дәрежесін алуға ұсынылған

ПІКІР

Докторант Қуаныш Сәуле Қалдарбекқызының «Параболалық тектес интегралдық-дифференциалдық теңдеулер үшін бейлокал есептерді шешудің сандық-аналитикалық әдістері» тақырыбындағы диссертациялық жұмысы жүктелген параболалық теңдеулер мен параболалық тектес Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеулер үшін қойылған бейлокал есептерді зерттеуге арналған.

Зерттеу тақырыбы қазіргі математикалық физика мен қолданбалы математиканың маңызды әрі өзекті бағыттарының бірі болып табылады. Жүктелген параболалық теңдеулер мен интегралдық-дифференциалдық теңдеулер жылу алмасу процестерін, диффузиялық құбылыстарды, басқару теориясындағы жүйелерді және жады әсері байқалатын әртүрлі процестерді математикалық модельдеуде кеңінен қолданылады. Сондықтан зерттеу нәтижелерінің теориялық қана емес, практикалық маңызы да зор.

Диссертациялық жұмыстың негізгі мақсаты жүктелген параболалық теңдеулер және параболалық тектес Фредгольм интегралдық-дифференциалдық теңдеулер үшін бейлокал есептердің бірмәнді шешілімділік шарттарын зерттеу, сондай-ақ оларды шешудің тиімді аналитикалық-сандық әдістерін әзірлеу болып табылады.

Жұмыстың ғылыми жаңалығы зерттелетін есептер үшін жаңа аналитикалық-сандық тәсілдердің ұсынылуымен және олардың негізінде жуық шешімдерді есептеу алгоритмдерінің құрылуымен сипатталады. Автор алынған теориялық нәтижелерді нақты мысалдар арқылы дәлелдеп, ұсынылған әдістердің тиімділігін сандық есептеулер көмегімен көрсеткен. Зерттеу барысында алынған нәтижелер математикалық тұрғыдан негізделген және оларды ұқсас қолданбалы есептерді шешуде пайдалануға болады.

Докторант Қуаныш Сәуле Қалдарбекқызы 2025 жылғы 12 мамыр мен 12 маусым аралығында менің жетекшілігіммен ғылыми тағылымдамадан өтті. Тағылымдама барысында диссертациялық жұмыстың негізгі нәтижелері бірнеше ғылыми семинарларда талқыланды. Зерттеу жұмысының ғылыми мазмұнына, құрылымына және алынған нәтижелердің тұжырымдалуына қатысты ұсыныстар беріліп, олар докторант тарапынан ескерілді. Осы кезеңде докторант өзін ғылыми мәселелерді өз бетінше талдай алатын, заманауи зерттеу әдістерін меңгерген және ғылыми нәтижелерді сауатты түрде баяндауға қабілетті зерттеуші ретінде көрсетті.

Жалпы алғанда, Қуаныш Сәуле Қалдарбекқызының «Параболалық тектес интегралдық-дифференциалдық теңдеулер үшін бейлокал есептерді шешудің сандық-аналитикалық әдістері» тақырыбындағы диссертациялық жұмысы аяқталған ғылыми зерттеу болып табылады. Диссертацияда алынған нәтижелердің ғылыми жаңалығы, теориялық және практикалық маңыздылығы жеткілікті деңгейде негізделген.

Осыған байланысты аталған диссертациялық жұмыс «8D05401-Математика» білім беру бағдарламасы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін алу үшін қойылатын талаптарға сәйкес келеді және авторды философия докторы (PhD) дәрежесін беру үшін диссертацияны қорғауға ұсынуға болады деп есептеймін.

Шетелдік ғылыми кеңесші
профессор Liu Zhenhai

Guangxi Minzu University, Қытай

1 маусым, 2026