8 дәріс

Рейнольдс санының өте үлкен мәндерінде құбырдағы жылдамдық үлестірілуінің әмбебап заңы

Дәрістің мақсаты

Үлкен Рейнольдс сандарындағы құбыр ағысының ішкі және сыртқы масштабтарын түсіндіру, әмбебап логарифмдік профильдің қолданылу аймағын анықтау және кедір-бұдырлықтың әсерін талдау.

Дәрістің мазмұны

1. Үлкен Рейнольдс сандарындағы масштабтардың бөлінуі.
2. Тұтқыр, буферлік және логарифмдік аймақтар.
3. Қабырғалық координаталардағы жылдамдық заңы.
4. Құбыр қимасындағы жылдамдық пен кернеулер.
5. Әмбебап заңның қолданылуы және шектеулері.

Кіріспе

Құбырдағы турбулентті ағыс – инженерлік гидродинамиканың ең күрделі және маңызды бөлімдерінің бірі. Турбулентті режим кезінде сұйықтың қозғалысы хаосты сипатта болды деп есептелгенімен, көптеген тәжірибелер мен теориялық зерттеулер көрсеткендей, турбулентті ағыстың белгілі бір статистикалық құрылымы бар. Рейнольдс саны (Re) өте үлкен болғанда ағыс масштабтары анық бөлінеді, шекаралық қабат аймақтары анықталады және жылдамдықтың қима бойынша таралуы әмбебап заңдылыққа бағынады.

Бұл лекцияда құбыр ішіндегі жоғары турбулентті ағыстың негізгі аймақтары, әмбебап логарифмдік заң, қабырға функциялары, және жылдамдық профилінің жалпы құрылымы қарастырылады. Бұл заңдар энергия, жылу, импульс алмасу процестерін есептеуде шешуші рөл атқарады.

1. Турбулентті ағыстағы шекаралық қабат құрылымы

Рейнольдс саны өте үлкен болғанда:

$$Re = \frac{wD}{\nu} \gg 10^5$$

құбырдағы ағыс үш негізгі аймаққа бөлінеді:

1) Тұтқырлы қабырға маңы аймағы (viscous sublayer)

- Қабырғаға жақын өте жұқа қабат.
- Мұнда тұтқырлық басым, турбуленттілік әлсіз.
- Жылдамдық профилі **сызықтық заңға** бағынады:

$$u^+ = y^+$$

мұнда

$u^+ = \frac{u}{u_*}$,

$y^+ = \frac{yu_*}{\nu}$,

$u_* = \sqrt{\tau_w/\rho}$ — үйкеліс жылдамдығы.

2) Буферлік қабат (buffer layer)

- $5 < y^+ < 30$
- Турбуленттілік пен тұтқырлық бірдей дәрежеде әсер етеді.
- Жылдамдықтың аналитикалық формуласы жоқ.

3) Логарифмдік қабат (log-law region)

Бұл аймақта негізгі турбулентті тасымал механизмдері іске қосылады.

Ең маңызды нәтижесі:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B$$

мұнда

κ=0.41 – Карман тұрақтысы,

$B \approx 5.0$.

Логарифмдік заң өте үлкен Re кезінде әмбебап сипатта болады.

2. Әмбебап логарифмдік жылдамдық заңы

Швеция ғалымы Теодор фон Карман көрсеткендей, шекаралық қабаттың логарифмдік аймағында турбуленттілік құрылымы Re-ге тәуелсіз. Бұл аймақта түйіндес импульс тасымалы тұрақты масштабқа ие, сондықтан жылдамдық профилі әмбебап формада:

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{y u_*}{\nu}\right) + B$$

Бұл теңдеу **әмбебап заң** деп аталады.

Неліктен әмбебап?

- тек өлшемсіз шамалар қолданылады
- сұйық қасиеттеріне, Re-ге, құбыр диаметріне тәуелсіз
- барлық турбулентті құбыр ағындарына қолданылады

Бұл заң нақты есептеулерде қабырға жанындағы жылдамдықты анықтауға мүмкіндік береді.

3. Құбырдағы жылдамдық үлестірілуіне логарифмдік заңды қолдану

Құбыр қимасында радиалды бағыт r бойынша жылдамдық:

$$u(r) = u_* \left[\frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{R - r}{\delta_*}\right) + B\right]$$

мұнда

R – құбыр радиусы,

$\delta_* = \nu / u_*$.

Құбыр осіндегі (r = 0) максималды жылдамдық:

$$u_{max} = u_* \left[\frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{R u_*}{\nu}\right) + B_1\right]$$

Орташа жылдамдық:

$$w_m = \frac{1}{A}\int_A u(r)\,dA$$

Бұл интеграл аналитикалық түрде жуықталады. Турбулентті құбыр ағысы үшін:

$$\frac{u_{max}}{w_m} \approx 1.22$$

4. Тепе-теңдік шекаралық қабат және Карманның импульс теңдестігі

Турбулентті ағысты сипаттаудың тағы бір тәсілі – импульс теңгерімі:

$$\tau_t = \rho(u'v')$$

Турбулентті үйкеліс кернеуі:

$$\tau = \tau_w\left(1 - \frac{r}{R}\right)$$

Бұл теңдеу құбыр қимасында турбулентті импульс тасымалының сызықтық заңға жақын екенін көрсетеді.

Осыдан логарифмдік заң шығарылады – бұл турбулентті шекаралық қабаттың өздігінен ұйымдасқан құрылымына сәйкес келеді.

5. Әмбебап жылдамдық профилінің қолданылуы

1) Үйкеліс коэффициентін есептеу

$$f = \frac{8\tau_w}{\rho w_m^2}$$

Логарифмдік заңды интегралдап:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2\log_{10}(Re\sqrt{f}) - 0.8$$

Бұл – **Колбрук–Уайт теңдеуі**, құбыр кедір-бұдырлығын да қамтиды.

2) Жылулық шекара қабатын есептеу

Жылу алмасуда Прандтль мен Рейнольдс аналогиялары қолданылады:

$$\frac{\alpha}{\lambda/D} \sim Re^{0.8}Pr^{1/3}$$

Жылдамдық профилі → жылу профилін анықтауға мүмкіндік береді.

3) Үлкен Re жағдайында гидравликалық кедергіні анықтау

Турбулентті аймақта Darcy–Weisbach:

$$\Delta p = f\frac{L}{D}\frac{\rho w_m^2}{2}$$

f – әмбебап заңнан шығады.

6. Шекаралық қабаттың толық құрылымы

Қабырғаға өте жақын аймақтар өлшемсіз координаталарда:

Аймақ	Анықтамасы	Жылдамдық заңы
1. Тұтқырлы қабат	$0 < y^+ < 5$	$u^+ = y^+$
2. Буферлік қабат	$5 < y^+ < 30$	аралас заң
3. Логарифмдік аймақ	$30 < y^+ < 300$	$u^+ = (1/\kappa) \ln y^+ + B$
4. Ағынның сыртқы аймағы	$y \approx R$	универсал емес

Тек логарифмдік аймақ – әмбебап.

7. Әмбебап заңның тәжірибелік дәлелдері

Томасон, Прандтль, Карман, Шлихтинг және Колбрук жүргізген зерттеулер көрсеткен:

- Қабырға жанындағы турбулентті ағыстарда **u^+ – y^+ графигі барлық сұйықтар үшін бірдей**
- Эксперименттік деректер логарифмдік заңға дәл келеді
- Рейнольдс саны 10^5–10^7 диапазонында әмбебап заң толық орындалады
- Кедір-бұдырлық аз болса, қабырға маңы аймағы өзгермейді
- Кедір-бұдырлық көп болса, **жаңа әмбебап заң – кедір-бұдырлы логарифмдік заң** пайда болады

Қорытынды

Рейнольдс саны өте үлкен болғанда құбырдағы турбулентті ағыс құрылымы тұрақты статистикалық заңдылыққа бағынады. Бұл жағдайда жылдамдықтың таралуы әмбебап логарифмдік заңмен сипатталады:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B$$

Бұл заң:

- жылдамдық профилін болжауға
- үйкеліс коэффициентін анықтауға
- гидравликалық кедергіні есептеуге
- жылу және масса алмасуды модельдеуге

кеңінен қолданылады.

Өзін өзі тексеруге арналған сұрақтар

1. Рейнольдс саны артқанда ішкі және сыртқы ұзындық масштабтарының қатынасы қалай өзгереді?
2. Үлкен Re кезінде тұтқыр қабатша толық жойыла ма?
3. Логарифмдік заң қай аймақта қолданылады?
4. Қабырғалық координаталар әртүрлі ағыстарды салыстыруға қалай мүмкіндік береді?
5. Құбыр осіне жақын сыртқы аймақты логарифмдік заңмен дәл сипаттауға бола ма?

6. Қалыптасқан құбыр ағысында толық жанама кернеу радиус бойынша қалай өзгереді?

7. Кедір-бұдырлық логарифмдік профильге қандай өзгеріс енгізеді?

8. Жылдамдық профилі мен гидравликалық кедергі арасында қандай байланыс бар?