

Дәріс 5

Тейлор формуласы.
Маклорен формуласы, негізгі
элементарлық
функциялардың жіктелуі.
Лопиталь ережесі

Тлеулесова А.М.

Лопиталь ережесі

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx} = \left(\frac{0}{0} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin ax)'}{(\sin bx)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \cos ax}{b \cos bx} = \frac{a}{b}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0+} x \cdot \ln x = (0 \cdot \infty) = \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}} = \left(\frac{\infty}{\infty} \right) = \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{(\ln x)'}{\left(\frac{1}{x} \right)'} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0+} (-x) = 0$$

Тейлор формуласы

$$P(x) = P(x_0) + P'(x_0)(x - x_0) + \frac{P''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots + \frac{P^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n,$$

$$f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x - x_0)^k + \bar{O}[(x - x_0)^n]$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{x^k}{k!} + \dots \quad x \in (-\infty; +\infty)$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots$$
$$x \in (-\infty; +\infty)$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{2n!} + \dots$$
$$x \in (-\infty; +\infty)$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + \dots$$
$$x \in (-1; +1]$$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \frac{\alpha}{1!}x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2 + \dots + \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!}x^n + \dots,$$

$$x \in \begin{cases} [-1; 1], & \text{если } \alpha \geq 0, \\ (-1; 1], & \text{если } -1 < \alpha < 0, \\ (-1; 1), & \text{если } \alpha \leq -1, \end{cases}$$

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + x^n + \dots \quad x \in (-1; +1)$$

$$\arctg x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)} + \dots \quad x \in [-1; +1]$$

$$\arcsin x = x + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{x^5}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{5} \cdot \frac{x^7}{7} + \dots$$

$$+ \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot (2n)} \cdot \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)} + \dots \quad x \in [-1; +1]$$

Бекіту сұрақтары

- ▶ Лопиталь ережесі қандай анықталмағандықтарды есептеуге мүмкіндік береді?
- ▶ Тейлор мен Маклорен формуласындағы айырмашылық неде?
- ▶ e^x функциясын төртінші дәрежеге дейін Маклорен қатарына жіктеңіз.
- ▶ $\ln(1 + x)$ функциясының жуық мәнін $x = 0.1$ үшін табу (2–3 мүше арқылы).