

Вопросы по предыдущей лекции:

1. Напишите правостороннее конечно-разностное соотношение для первой производной.
2. Напишите левостороннее конечно-разностное соотношение для первой производной.
3. Напишите центральное конечно-разностное соотношение для первой производной.
4. Напишите конечно-разностное соотношение для второй производной.
5. Какие из этих 4-х конечно-разностных соотношений имеют 1-й порядок точности, а какие 2-й?
6. Напишите конечно-разностное соотношение для частной производной:

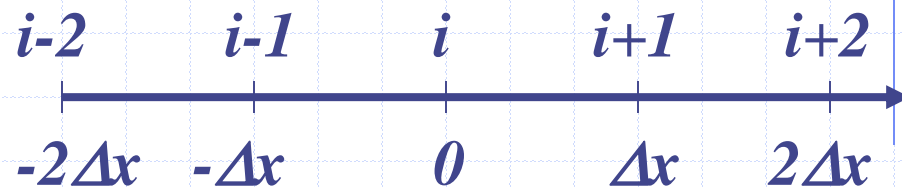
$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \Big|_{i,j}$$

Методы представления ДУ в конечных разностях

Лекция 4

2. Метод полиномиальной аппроксимации

$$f(x) = a + bx + cx^2 + dx^3 + \dots$$



$$\frac{df}{dx} = b + 2cx + 3dx^2 + \dots$$

$$\Rightarrow \left. \frac{df}{dx} \right|_i = b \quad (1)$$

$$\frac{d^2 f}{dx^2} = 2c + 6dx + \dots$$

$$\Rightarrow \left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_i = 2c \quad (2)$$

$$f_{i-1} \approx a - b\Delta x + c\Delta x^2 - d\Delta x^3 \quad (3)$$

$$f_{i-1} + f_{i+1} \approx 2f + 2c\Delta x^2$$

$$f_i = a \quad (4)$$

$$f_{i+1} \approx a + b\Delta x + c\Delta x^2 + d\Delta x^3 \quad (5)$$

$$c \approx \frac{f_{i+1} + f_{i-1} - 2f_i}{2\Delta x^2}$$

$$\left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_i \approx \frac{f_{i+1} + f_{i-1} - 2f_i}{\Delta x^2}$$

(5) - (3): $f_{i+1} - f_{i-1} \approx 2b\Delta x + 2d\Delta x^3$

$$f_{i+1} - f_{i-1} \approx 2b\Delta x \implies b \approx \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x}$$

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_i \approx \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x}$$

(1)

(3): $f_{i-1} \approx a - b\Delta x$

$$\implies f_{i-1} \approx f_i - b\Delta x \implies \left. \frac{df}{dx} \right|_i \approx \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x}$$

(4): $f_i \approx a$

(5): $f_{i+1} \approx a + b\Delta x$

$$\implies f_{i+1} \approx f_i + b\Delta x \implies \left. \frac{df}{dx} \right|_i \approx \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x}$$