1-ДӘРІС

1. Жатық және құрама-жатық сызықтар

Негізгі тақырып—гельдер шартын қанағаттандыратын функциялар анықтамасы мен қасиеттері тақырыбына көшуден бұрын жазықтықта орналасқан жатық және құрама-жатық сызықтарға тоқталайық. Жатық сызықтар туралы айтқанда біз әрқашанда оларды жай сызықтар деп түсінетін боламыз, яғни олар өзін-өзі қимайды деп есептейміз.

Тұйық емес жатық контур немесе тұйық емес жатық доға деп параметр арқылы

$$x=x\,(s),\;\; y=y\,(s), \qquad s_0 \le s \le s_1, \tag{1}$$

түрінде өрнектеуге болатын сызықты айтамыз, мұндағы s_0, s_1-белгілі бір ақырлы тұрақтылар, ал x (s), y (s)-осы көрсетілген кесіндіде үзіліссіз фунциялар әрі олардың $[s_0, s_1]$ кесіндісінде екеуі де бірден нөлге айналмайтын үзіліссіз $x'(s), y'(s)$ туындылары бар, сонымен бірге, s параметрінің көрсетілген кесіндідегі әр түрлі мәндеріне әр түрлі нүктелер (x,y) сәйкес келеді. Бұдан біз қарастыратын доғаның жатық, яғни оған жанама бағытының үзіліссіз өзгеретінін және ол доғаның жай және тұйық емес екенін байқаймыз.

s_0 және s_1 мәндеріне сәйкес келетін a және b нүктелерін доға ұштары деп атаймыз. Доғаны біз L арқылы белгілейміз. Жоғарыдағы (1) бойынша a және b ұштары L доғасының нүктелері және мұны айқындап, L-**жабық** доға деп айтамыз. Егер ұштары доғада жатпайтын болса, онда оны **ашық** доға деп айтамыз.

Жатық доғада s параметрінің өсуіне сәйкес анықталған оң бағыт таңдаймыз да ұштары a және b болатын доғаны ab арқылы да белгілейтін боламыз және әріптер ретін оң бағыттың a-дан b-ға әкелетіндей етіп таңдаймыз.

Сонымен, s параметрі үшін L доғасының белгілі бір нүктесінен басталатын және бағытқа байланысты анықталған таңбамен қамтамасыз етілген доға ұзындығын аламыз. Осыған байланысты

$$[x'(s)]^2 + [y'(s)]^2 = 1 \tag{2}$$

екенін табамыз.

s параметрін L доғасының нүктесіне сәйкес **доғалық абсцисса** деп атаймыз. s доғалық абсциссаға сәйкес нүктені t(s) немесе жай ғана t арқылы белгілейміз, сонда $s_0, s_1, s_2,...$ доғалық абсциссаларға сәйкес нүктелерді $t(s_0)$, $t(s_1)$, $t(s_2)$,… немесе $t_0, t_1, t_2,…$ деп белгілеуге болады.

L сызығына **жанама** деп s-тің өсу жағына қарай жүргізілген оң жанаманы айтамыз. Егер θ арқылы t нүктесіне жүргізілген жанама мен ox өсі арасындағы бұрышты белгілесек, онда

$$\cos\theta = x'(s),\ \sin\theta = y'(s). \qquad (3)$$

Бұдан θ бұрышы s-пен бірге үзіліссіз өзгеретінін байқаймыз.

Келешекте t нүктесінің аффиксін сол t әрпімен белгілей береміз де оған сәйкес t=x+iy деп жазамыз, мұнда x және y арқылы t нүктесінің координаты белгіленген. Егер t=t(s) нүктесінің доғалық абсциссасы s болса, онда

$$t' = \frac{dt}{ds} = \frac{dx}{ds} + i\frac{dy}{ds} = \cos\theta + i\sin\theta = e^{i\theta} \qquad (4)$$

ал мұнан

$$|t'| = \left|\frac{dt}{ds}\right| = 1 \qquad (5)$$

Егер (1) формулада s параметрінің әр түрлі мәніне әр түрлі (x, y) нүктесі сәйкес тек s=s_0, s=s_1 мәндері үшін x(s_0) =x(s_1), y(s_0)=y(s_1) болса, онда L сызығын **тұйық жатық контур** немесе **тұйық жатық доға** деп айтамыз.

Жатық сызық деп саны ақырлы тұйық немесе тұйық емес ортақ нүктелері жоқ тұйық немесе тұйық емес жатық доғалардың (контурлардың) бірігуін айтамыз.

Жай құрама-жатық доға немесе **жай құрама-жатық контур** деп әрқайсысының соңғы нүктесі келесісінің алғашқы нүктесі болатын жатық тұйық емес доғалардың ақырлы тізбегінен тұратын сызықты айтамыз. Ал ортақ нүктелері жоқ саны ақырлы жай құрама-жатық доғалардың ақырлы санынан тұратын жиынын **жай құрама-жатық сызық** деп атаймыз. Мұндай сызықтың жатық сызықтан өзгешелігі: мұнда саны ақырлы бұрыштық нүктелер болуы мүмкін.

Құрама-жатық сызық деп саны ақырлы ортақ нүктелері бар саны ақырлы құрама-жатық доғалар бірігуін айтамыз.

L құрама-жатық сызығын түзетін бір немесе бірнеше жатық доғалардың ұштары болатын нүктелерді L сызығының **тораптары** деп атаймыз. Мысалы, L сызығының ұштары және қосылатын екі жатық доғалардың қосылу нүктесі тораптық нүктелердің дербес жағдайлары.