

ЭНЕРГИЯ ИНТЕГРАЛЫ ЖӘНЕ ДЫБЫС ЖЫЛДАМДЫҒЫ

Ішкі энергия. Энтальпия. Тұтқырсыз газдың энергия балансы теңдеуі. Пуассон адиабатасының теңдеуі. Температура мен тығыздықтың арасындағы байланысты өрнектейтін формула. Энергия интегралы. Меншікті энтропия.

ТОЛЫҚ ЭНЕРГИЯНЫҢ БАЛАНС ТЕНДЕУІ

Қозғалыс адиабаталық: $q=0$

Идеал газ: $(\mu=0, P=-pE + 2\mu\dot{S}) \Rightarrow P=-pE,$

Жетік газ: $\frac{p}{\rho} = RT, U=c_v T$

Толық энергияның баланс тендеуі:

$$\rho \frac{d}{dt} \left(U + \frac{V^2}{2} \right) = \rho \vec{F} \cdot \vec{V} + \text{div}(P\vec{V}) + \rho q$$

$$\rho \frac{d}{dt} \left(c_v T + \frac{V^2}{2} \right) = \rho \vec{F} \cdot \vec{V} - \text{div}(p\vec{V}) \quad (1)$$

Ішкі энергиямен қатар тағы бір жылу функциясы – **меншікті энтальпияны** енгіземіз

$$h=c_p T \quad (2)$$

Жылусыйымдылық коэффициенттерін байланыстыратын
термодинамикалық формула **Майер формуласы**

$$c_p - c_v = R \quad (3)$$

R - газ тұрақтысы

ТОЛЫҚ ЭНЕРГИЯНЫҢ БАЛАНС ТЕНДЕУІ

Мұндағы $c_p = \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_p$; $c_v = \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_v$ - қысым және көлем тұрақты болғанда температураның өсуімен жылу мөлшерінің өзгеру жылдамдығы.

Термодинамиканың бірінші бастамасынан $dQ = c_v dT + p dv$,

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_p = c_v + p \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \quad (4)$$

Клапейрон формуласы бойынша

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = \left[\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{RT}{p}\right)\right]_p = \frac{R}{p} \quad (5)$$

$$U = c_v T = (c_p - R)T = c_p T - RT = h - \frac{p}{\rho} \quad (6)$$

(6) $\rightarrow$ (1):

(1) - теңдеуден

$$\rho \frac{d}{dt} \left(h + \frac{V^2}{2} \right) = \rho \vec{F} \cdot \vec{V} - \operatorname{div}(p\vec{V}) + \rho \frac{d}{dt} \left(\frac{p}{\rho} \right) \quad (7)$$

$$\rho \frac{d}{dt} \left(\frac{p}{\rho} \right) = \frac{dp}{dt} - \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = \frac{dp}{dt} + \frac{p}{\rho} \rho \operatorname{div} \vec{V} = \frac{dp}{dt} + p \operatorname{div} \vec{V} \quad (8)$$

$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho \operatorname{div} \vec{V} = 0$ – үзіліссіздік теңдеуі ескерілді

(8) ді (7) ге қойып түрлендіру жүргізген соң

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \vec{V} \operatorname{grad} p$$

$$\rho \frac{d}{dt} \left(h + \frac{V^2}{2} \right) = \rho \vec{F} \cdot \vec{V} + \frac{\partial p}{\partial t} \quad (9)$$

Энергия балансының теңдеуінен массалық күштер мен жылдамдық векторын жою керек. Ол үшін **Эйлер теңдеуінің** екі жағын да $\vec{V}$ ға көбейтеміз, сонда шыққан келесі теңдеуді (9) теңдеуден азайтамыз.

$$\rho \vec{V} \frac{d\vec{V}}{dt} \equiv \rho \frac{d}{dt} \left(\frac{V^2}{2} \right) = \rho \vec{F} \cdot \vec{V} - \vec{V} \operatorname{grad} p \quad (10)$$

Нәтижесінде **қысым, тығыздық, энтальпияны** байланыстыратын теңдеуді аламыз

$$\rho \frac{dh}{dt} = \frac{dp}{dt} \quad (11)$$

Осы қатынастан **идеал жетік газдың адиабаталық қозғалысының баротроптылығы** шығатынын көрсетеміз.

$$(11) \rightarrow \frac{dp}{\rho} = dh = c_p dT = \frac{c_p}{R} d(RT) = \frac{c_p}{R} d\left(\frac{p}{\rho}\right). \quad (12)$$

$$\frac{c_p}{R} \left(1 - \frac{c_v}{c_p}\right) = 1$$

$c_p/c_v = k$ белгілеуін енгіземіз: $\frac{c_p}{R} = \frac{k}{k-1}.$

(12) - теңдеу келесі түрде жазылады:

$$\frac{dp}{\rho} = \frac{k}{k-1} d\left(\frac{p}{\rho}\right) \equiv \frac{k}{k-1} \frac{dp}{\rho} - \frac{k}{k-1} \frac{p}{\rho^2} d\rho,$$

$$\frac{dp}{p} = k \frac{d\rho}{\rho}.$$

$$\frac{dp}{p} = k \frac{d\rho}{\rho} .$$

Интегралдап Пуассон адиабатасын аламыз

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^k \quad (14)$$

Сонымен, қозғалыс баротропты, қысым мен тығыздық арасындағы байланыс (14) адиабатасымен анықталады.

(11)-теңдеуден

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt} = \frac{dP}{dt}$$

$$h = P + const \quad (15)$$

яғни, ағын сызығының бойында **энтальпия** мен **қысым функциясында** белгілі бір тұрақтыға ғана айырмашылық болады

Адиабаталық процесс үшін қысым функциясы:

$$\mathcal{P}(\rho) = \int_{p_0}^p \frac{dp}{\rho(p)}$$

$$\mathcal{P}(\rho) = -\frac{k}{k-1} \frac{p_0}{\rho_0} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] + const \quad (16)$$

$$c_p T = \frac{k}{k-1} \frac{p_0}{\rho_0} \left[\left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] + const = \frac{k}{k-1} R T_0 \left[\left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] + c_p T_0 / c_p T_0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}}, \quad \text{немесе} \quad \frac{p}{p_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad (17)$$

Қозғалыс стационарлы болғанда Энергияның баланс теңдеуінен

$$\frac{d}{dt} \left(h + \frac{V^2}{2} \right) = \vec{V} \text{grad} \left(h + \frac{V^2}{2} \right), \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad \vec{F} \cdot \vec{V} = - \vec{V} \text{grad} \Pi$$

$$\vec{V} \text{grad} \left(h + \frac{V^2}{2} + \Pi \right) = 0$$

$$h + \frac{V^2}{2} + \Pi = \text{const}$$

Ағын сызығының бойында тұрақты.

Массалық күштердің әсерін ескермесек

$$h + \frac{V^2}{2} \equiv c_p T + \frac{V^2}{2} = \text{const} \quad (18)$$

Идеал газдың адиабаталық қозғалысы кезінде жылдамдық артқан сайын газ суыйды, жылдамдық азайған сайын газ қызады.

$V = 0$ болғанда $h = h_0, T = T_0$

$$h + \frac{v^2}{2} = h_0 \quad (19) -$$

Тежелу энтальпиясы немесе толық энтальпия.