Мысал 17. $D(\alpha)=\int_0^{+\infty}\frac{\sin\alpha x}{x}dx$ және $I(p,\alpha)=\int_0^{+\infty}e^{-px}\frac{\sin\alpha x}{x}dx$

интегралдарының мәндерін есептеңіз. Мұнда $p\ge 0,\quad \alpha\in\Re$.

Шешуі. $f(p,\alpha,x)=e^{-px}\frac{\sin\alpha x}{x}$ функциясын қосымша $f(p,\alpha,0)=\alpha$ деп анықтасақ, ол $p\ge 0,\quad 0\le x<+\infty$ жиынында үзіліссіз болады. $I(p,\alpha)$ интегралы $0\le p$ айнымалысы бойынша бірқалыпты жинақталады. Сондықтан $I(p,\alpha)$ интегралы $0\le p$ айнымалысы бойынша үзілісіз болады және $I(+0,\alpha)=D(\alpha)$ теңдігі орындалады. Айталық, $p>0$ болсын.

$$\left|e^{-px}\cos\alpha x\right|\le e^{-px}$$

теңсіздігінен Вейерштрасс белгісі бойынша

$$I'_\alpha(p,\alpha)=\int_0^{+\infty}e^{-px}\cos\alpha x dx$$

интегралы α-ға қатысты бірқалыпты жинақталады. Сондықтан α бойынша дифференциалдау орынды. Соңғы интегралды екі рет бөліктеп интегралдасақ,

$$\int_0^{+\infty}e^{-px}\cos\alpha x dx=\left[\frac{e^{-px}}{p^2+\alpha^2}\left(\alpha\sin\alpha x-p\cos\alpha x\right)\right]\Bigg|_{x=0}^{x=+\infty}=\frac{p}{p^2+\alpha^2}.$$

Енді $I'_\alpha(p,\alpha)=\frac{p}{p^2+\alpha^2}$ теңдеуінен I-ді табамыз, мұнда $p>0$; ол үшін теңдеуді α бойынша дифференциалдаймыз.

$$I(p,\alpha)=\int\frac{p}{p^2+\alpha^2}d\alpha=arctg\frac{\alpha}{p}+C(p)$$

немесе

$$I(p,\alpha)=\int_0^{+\infty}e^{-px}\frac{\sin\alpha x}{x}dx=arctg\frac{\alpha}{p}+C(p),$$

$I(p,0)=0$ болғандықтан $C(p)\equiv 0$. Осылайша $I(p,\alpha)=\int_0^{+\infty}e^{-px}\frac{\sin\alpha x}{x}dx=arctg\frac{\alpha}{p}$.

$p=0$ болғанда Дирихле интегралының жауабын аламыз:

$$D(\alpha)=\int_0^{+\infty}\frac{\sin\alpha x}{x}dx=I(+0,\alpha)=\lim_{p\to+0}arctg\frac{\alpha}{p}=\begin{cases}-\frac{\pi}{2} & егер \quad \alpha<0,\\ 0 & егер \quad \alpha=0,\\ \frac{\pi}{2} & егер \quad \alpha>0.\end{cases}$$

немесе $D(\alpha)=\frac{\pi}{2}\operatorname{sgn}\alpha$.

Мысал 18. $\int_1^{+\infty}\frac{cosx}{x^p}\cdot e^{-\alpha x}dx$, $0\le\alpha < +\infty$, мұнда $p>0$ бекітілген. Осы интегралды бірқалыпты жинақтылыққа зерттеңіз.

Шешуі. Интегралды бірқалыпты жинақтылыққа Абель белгісімен зерттейік. Мұнда $f(x;\alpha)=\frac{\cos x}{x^p}$, $g(x;\alpha)=e^{-\alpha x}$ деп таңдайық.

1) $\int_a^{+\infty}\frac{\cos x}{x^p}dx$ интегралы $p>0$ болғандықтан Дирихле белгісі бойынша жинақты. Бұл интеграл α-дан тәуелсіз болғандықтан жинақтылығы бірқалыпты болады.

2) $g(x;\alpha)=e^{-\alpha x}$ функциясы x бойынша монотонды $\left(\left(e^{-\alpha x}\right)'_x=-\alpha e^{-\alpha x}\le 0\right)$ және $g(x;\alpha)=e^{-\alpha x}\le 1$, яғни шектелген. Олай болса, берілген интеграл Абель белгісі бойынша бірқалыпты жинақталады.

Мысал 19. $I(\alpha)=\int_0^{+\infty}e^{-\alpha x}dx$ интегралының $Y=[b;+\infty), \quad (b>0)$ жиынында бірқалыпты жинақталатынын дәлелдеңіз.

Шешуі. Айталық, $\eta>0, \quad \alpha\ge b>0$ болсын.

$$\int_\eta^{+\infty}e^{-\alpha x}dx=-\frac{e^{-\alpha x}}{\alpha}\Bigg|_{x=\eta}^{x=+\infty}=\frac{e^{-\alpha\eta}}{\alpha}$$

және $\alpha\ge b$ екенін ескерсек, $\forall\alpha\in Y, \quad \forall\varepsilon>0$ үшін

$$0 < \int_{\eta}^{+\infty} e^{-\alpha x} dx \le \frac{e^{-\eta b}}{b} \boxtimes \varepsilon$$

орындалады, егер $\eta > \frac{1}{b}\ln\frac{1}{\varepsilon b}$. $\delta(\varepsilon) = \max\left(0; \frac{2}{b}\ln\frac{1}{\varepsilon b}\right)$ деп алайық. Онда $\forall \eta \in [\delta(\varepsilon); +\infty), \quad \forall \alpha \in Y$ үшін

$$\left|\int_{\eta}^{+\infty} e^{-\alpha x} dx\right| < \varepsilon$$

теңсіздігі ақиқат. Яғни интеграл бірқалыпты жинақталады.

Бақылау сұрақтары

1. Параметрден тәуелді $I(y) = \int_{a}^{b} f(x, y)dx$ интегралы y параметрі бойынша $[c; d]$ сегментінде үзіліссіз болу үшін $f(x, y)$ функциясы $\Pi = \{a \le x \le b, \quad c \le y \le d\}$ тұйық тік төртбұрышында қандай шартты қанағаттандыруы керек?
2. $f(x, y)$ функциясы $\Pi = \{a \le x \le b, \quad c \le y \le d\}$ тұйық тік төртбұрышында үзіліссіз болса, онда параметрден тәуелді $I(y) = \int_{a}^{b} f(x, y)dx$ интегралынан $y \to y_0$ шек алғанда қандай теңдік орындалады?
3. $f(x, y)$, $f'_y(x, y)$ функциялары $\Pi = \{a \le x \le b, \quad c \le y \le d\}$ тұйық тік төртбұрышында қандай шартты қанағаттандырса параметрден

$I(y)=\int\limits_a^b f(x,y)dx$

тәуелді интегралын y параметрі бойынша дифференциалдауға болады?

4. $f(x,y)$, $f'_y(x,y)$ функциялары $\Pi=\{a\le x\le b,\quad c\le y\le d\}$ тұйық тік төртбұрышында үзіліссіз болса, $\varphi(y),\quad \psi(y)$ функциялары $[c;d]$ сегментінде дифференциалданатын болса және $a\le\varphi(y)\le b,\quad a\le\psi(y)\le b,\quad \forall y\in[c;d]$, онда параметрден $I(y)=\int\limits_{\varphi(y)}^{\psi(y)} f(x,y)dx$ тәуелді интегралын y параметрі бойынша дифференциалдағанда қандай теңдік орындалады?
5. Егер $f(x,y)$ функциясы $\Pi=\{a\le x\le b,\quad c\le y\le d\}$ тұйық тік төртбұрышында үзіліссіз болса, онда параметрден $I(y)=\int\limits_a^b f(x,y)dx$ тәуелді интегралын y параметрі бойынша $[c;d]$ сегментінде интегралдағанда қандай теңдік орындалады?
6. Интегралдың бірқалыпты жинақтылығы үшін Дирихле белгісінде $f,\quad g,\quad g'_x$ функциялары x айнымалысы бойынша $[a;+\infty)$ жиынында қандай шарттарды қанағаттандыру керек?
7. $\int\limits_a^{+\infty} f(x;\alpha)g(x;\alpha)dx$ интегралы α бойынша E жиынында бірқалыпты жинақталу үшін Абель белгісінде функцияларға қандай шарттар қойылады?

Өздігінен дайындалуға арналған есептер

1. $\int\limits_0^1 x^m(\ln x)^n\,dx$, мұнда m,n-оң бүтін сандар. Интегралды параметр бойынша интегралдау теоремасын қолданып есептеңіз.

2. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^6 x\cos^4 x dx$ интегралын Эйлер интегралының көмегімен есептеңіз.

3. $\int\limits_0^{+\infty} e^{-y-(1+y)x^2}\cos x dx$ интегралын $0 \le y < +\infty$ жиынында бірқалыпты жинақтылыққа зерттеңіз.

4. $\int\limits_0^1 \frac{dx}{\sqrt[n]{1-x^n}}$ интегралын есептеңіз, мұнда $n > 1$.

5. Интегралды есептеңіз: $\int\limits_0^{+\infty} x^{2n} e^{-x^2} dx, \qquad n \in \mathrm{N}$.

6. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos \alpha x}{1+x^2} dx$ интегралын $-\infty < \alpha < +\infty$ аралығында бірқалыпты жинақтылыққа зерттеңіз.

7. $F(\alpha) = \int\limits_0^{+\infty} \frac{xdx}{2+x^\alpha}$ функциясын $\alpha > 2$ болғанда үзіліссіздікке зерттеңіз.

8. Эйлер-Пуассон интегралын қолданып есептеңіз: $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} e^{-(ax^2+2bx+c)} dx$ мұнда $a > 0, \quad ac - b^2 > 0$.

9. $\int\limits_0^{+\infty} \frac{e^{-\alpha x^2} - e^{-\beta x^2}}{x} dx$ интегралын параметр бойынша дифференциалдау теоремасын қолданып есептеңіз. Мұнда $\alpha > 0, \beta > 0$.

10. $\int\limits_0^1 \frac{xdx}{\sqrt[3]{1-x^3}}$ интегралын есептеңіз.

Тест тапсырмалары

1. $\int\limits_0^5 \frac{1}{(5-x)^p}dx$ меншіксіз интегралы жинақты болады, егер:

А) $p > 1$
Б) $p \geq 1$
С) $p < 1$
Д) $p \leq 1$

2. $\int\limits_1^{+\infty} \frac{1}{x^p}dx$ меншіксіз интегралы жинақты болады, егер:

А) $p > 1$
Б) $p \geq 1$
С) $p < 1$
Д) $p \leq 1$

3. $\int\limits_a^{+\infty} f(x)dx$ меншіксіз интегралдың жинақталуы үшін Коши шарты:

А) $(\forall \varepsilon \square 0)\ (\exists \eta = \eta(\varepsilon))\ (a \square \eta)\quad (\forall \eta \square \eta',\quad \eta \square \eta''): \left|\int\limits_{\eta'}^{\eta''} f(x)dx\right| \square\ \varepsilon$

Б) $(\exists \varepsilon \square 0)\ (\exists \eta = \eta(\varepsilon))\ (a \square \eta)\quad (\forall \eta \square \eta',\quad \eta \square \eta''): \left|\int\limits_{\eta'}^{\eta''} f(x)dx\right| \square\ \varepsilon$

С) $(\forall \varepsilon \square 0)\ (\forall \eta = \eta(\varepsilon))\ (a \square \eta)\quad (\forall \eta \square \eta',\quad \eta \square \eta''): \left|\int\limits_{\eta'}^{\eta''} f(x)dx\right| \square\ \varepsilon$

Д) $(\forall \varepsilon \square 0)\ (\forall \eta = \eta(\varepsilon))\ (a \square \eta)\quad (\forall \eta \square \eta',\quad \eta \square \eta''): \left|\int\limits_{\eta'}^{\eta''} f(x)dx\right| \square\ \varepsilon$

4. $\int\limits_0^1 \frac{1}{(1-x)^3}dx$ интегралы -

А) 1-текті, ерекше нүктесі $x = +\infty$
Б) 2-текті, ерекше нүктесі $x = 1$
С) 1-текті, ерекше нүктесі $x = 1$
Д) 2-текті, ерекше нүктесі $x = 0$

5. $\int\limits_0^{+\infty} \frac{1}{x^4}dx$ интегралы

А) жинақсыз
Б) абсолютті жинақты
С) шартты жинақты
Д) жинақтылығы абсолютті де емес, шартты да емес

6. $f(x)$ функциясы $[a;b)$ жартысегментте берілген. $x = b$ ерекше нүкте. $\int_a^b f(x)dx$ меншіксіз интегралдың жинақталуы үшін Коши шарты:

А) $(\forall \varepsilon > 0) \quad (\exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0) \quad (\forall \eta', \eta'' : 0 < \eta'' < \eta' < \delta) : \left(\int_{b-\eta'}^{b-\eta''} f(x)dx \right) < \varepsilon$

Б) $(\forall \varepsilon > 0) \quad (\forall \delta = \delta(\varepsilon) > 0) \quad (\forall \eta', \eta'' : 0 < \eta'' < \eta' < \delta) : \left(\int_{b-\eta'}^{b-\eta''} f(x)dx \right) < \varepsilon$

С) $(\forall \varepsilon > 0) \quad (\exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0) \quad (\exists \eta', \eta'' : 0 < \eta'' < \eta' < \delta) : \left(\int_{b-\eta'}^{b-\eta''} f(x)dx \right) < \varepsilon$

Д) $(\forall \varepsilon > 0) \quad (\forall \delta = \delta(\varepsilon) > 0) \quad (\exists \eta', \eta'' : 0 < \eta'' < \eta' < \delta) : \left(\int_{b-\eta'}^{b-\eta''} f(x)dx \right) < \varepsilon$

7. $f(x) : [a;b] \setminus \{c\} \to \Re, \quad x \in (a;b)$ берілген және $\int_a^b f(x)dx$ - жинақсыз интеграл, $x = c$ - ерекше нүкте болсын.Онда $f(x)$ функциясының Коши мағынасындағы бас мәні неге тең?

А) $v.p. \quad \int_a^b f(x)dx = \lim_{\varepsilon \to +0} \left(\int_a^{c-\varepsilon} f(x)dx + \int_{c+\varepsilon}^b f(x)dx \right), \quad \varepsilon > 0$

Б) $v.p. \quad \int_a^b f(x)dx = \lim_{\varepsilon \to +0} \left(\int_a^{c} f(x)dx + \int_{c}^b f(x)dx \right), \quad \varepsilon > 0$

С) $v.p. \quad \int_a^b f(x)dx = \lim_{\varepsilon \to +0} \left(\int_a^{c} f(x)dx + \int_{c+\varepsilon}^b f(x)dx \right), \quad \varepsilon > 0$

Д) $v.p. \quad \int_a^b f(x)dx = \lim_{\varepsilon \to +0} \left(\int_a^{c-\varepsilon} f(x)dx + \int_{c}^b f(x)dx \right), \quad \varepsilon > 0$

8. Әрбір $y \in Y$ үшін $I(y) = \int\limits_a^{+\infty} f(x, y)dx$ интегралы жинақты болсын. Параметрден тәуелді $I(y)$ меншіксіз интегралы y бойынша Y жиынында бірқалыпты жинақты болады, егер $I(y)$ интегралы

A) $(\forall \varepsilon \square\ 0)\ (\exists \delta = \delta(\varepsilon) \square\ 0):\ (\forall \eta \square\ \delta)\ (\forall y \in Y):\ \left| I(y) - \int\limits_a^{\eta} f(x, y)dx \right| = \left| \int\limits_{\eta}^{+\infty} f(x, y)dx \right| \square\ \varepsilon$

Б) $(\exists \varepsilon \square\ 0)\ (\forall \delta = \delta(\varepsilon) \square\ 0):\ (\forall \eta \square\ \delta)\ (\forall y \in Y):\ \left| I(y) - \int\limits_a^{\eta} f(x, y)dx \right| = \left| \int\limits_{\eta}^{+\infty} f(x, y)dx \right| \square\ \varepsilon$

В) $(\forall \varepsilon \square\ 0)\ (\exists \delta = \delta(\varepsilon) \square\ 0):\ (\exists \eta \square\ \delta)\ (\exists y \in Y):\ \left| I(y) - \int\limits_a^{\eta} f(x, y)dx \right| = \left| \int\limits_{\eta}^{+\infty} f(x, y)dx \right| \square\ \varepsilon$

С) $(\forall \varepsilon \square\ 0)\ (\forall \delta = \delta(\varepsilon) \square\ 0):\ (\exists \eta \square\ \delta)\ (\forall y \in Y):\ \left| I(y) - \int\limits_a^{\eta} f(x, y)dx \right| = \left| \int\limits_{\eta}^{+\infty} f(x, y)dx \right| \square\ \varepsilon$

шарттарын қанағаттандырса.

9. Параметрден тәуелді $I(y) = \int\limits_{\varphi(y)}^{\psi(y)} f(x, y)dx$ интегралын y параметрі бойынша дифференциалдауға болады

А) Егер $f(x, y)$, $f'_y(x, y)$ функциялары $\Pi = \{a \le x \le b, \quad c \le y \le d\}$ тұйық тік төртбұрышында үзіліссіз болса, $\varphi(y), \quad \psi(y)$ функциялары $[c;d]$ сегментінде дифференциалданатын болса және $a \square\ \varphi(y) \square\ b, \quad a \square\ \psi(y) \square\ b, \quad \forall y \in [c;d]$.

Б) Егер $f(x, y)$ функциясы $\Pi = \{a \le x \le b, \quad c \le y \le d\}$ тұйық тік төртбұрышында үзіліссіз болса, $\varphi(y), \quad \psi(y)$ функциялары $[c;d]$ сегментінде дифференциалданатын болса және $a \square\ \varphi(y) \square\ c, \quad a \square\ \psi(y) \square\ c, \quad \forall y \in [c;d]$.

С) Егер $f'_y(x, y)$ функциясы $\Pi = \{a \le x \le b, \quad c \le y \le d\}$ тұйық тік төртбұрышында үзілісті болса, $\varphi(y), \quad \psi(y)$ функциялары $[c;d]$ сегментінде дифференциалданатын болса және $a \square\ \varphi(y) \square\ b, \quad a \square\ \psi(y) \square\ b, \quad \forall y \in [c;d]$.

Д) Егер $f(x,y)$, $f'_y(x,y)$ функциялары $\Pi = \{a \le x \le b, \quad c \le y \le d\}$ тұйық тік төртбұрышында үзіліссіз болса, $\varphi(y), \quad \psi(y)$ функциялары $[c;d]$ сегментінде интегралданатын болса және $a \le \varphi(y) \le b, \quad a \le \psi(y) \le b, \quad \forall y \in [c;d]$.

10. Параметрден тәуелді $I(y) = \int\limits_a^b f(x,y)dx$ интегралын y параметрі бойынша $[c;d]$ сегментінде интегралдағанда мынадай теңдік орындалады:

А) $\int\limits_c^d \left(\int\limits_a^b f(x,y)dx \right) dy = \int\limits_a^b \left(\int\limits_c^d f(x,y)dy \right) dx$

Б) $\int\limits_0^{+\infty} \left(\int\limits_a^b f(x,y)dx \right) dy = \int\limits_a^b \left(\int\limits_0^{+\infty} f(x,y)dy \right) dx$

С) $\int\limits_c^d \left(\int\limits_a^b f(x,y)dx \right) dy = 0$

Д) $\int\limits_c^d \left(\int\limits_a^b f(x,y)dx \right) dy = \lim\limits_{\varepsilon \to \infty} \int\limits_a^b \left(\int\limits_c^{d-\varepsilon} f(x,y)dy \right) dx$

11. $\int\limits_0^1 \sqrt{x - x^2}\, dx$ интегралын Эйлер интегралы арқылы өрнектесек, қандай теңдікті аламыз:

А) $\int\limits_0^1 \sqrt{x - x^2}\, dx = B\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right)$

Б) $\int\limits_0^1 \sqrt{x - x^2}\, dx = B\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$

С) $\int\limits_0^1 \sqrt{x - x^2}\, dx = B\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right)$

Д) $\int\limits_0^1 \sqrt{x - x^2}\, dx = \Gamma\left(\frac{3}{2} \right)$

12. $\int\limits_a^{+\infty} f(x;\alpha) g(x;\alpha) dx$ интегралы α бойынша E жиынында бірқалыпты жинақталады, егер:

А) 1) $\int\limits_a^{+\infty} f(x;\alpha)dx$ интегралы E жиынында бірқалыпты жинақталса;

2) $g(x;\alpha)$ функциясы x бойынша монотонды және шектелген болса.

Б) 1) $\int\limits_a^{+\infty} f(x;\alpha)dx$ интегралы E жиынында жинақталса;

2) $g(x;\alpha)$ функциясы x бойынша монотонды және шектелген болса.

С) 1) $\int\limits_a^{+\infty} f(x;\alpha)dx$ интегралы E жиынында бірқалыпты жинақталса;

2) $g(x;\alpha)$ функциясы x бойынша монотонды және шектелмеген болса.

Д) 1) $\int\limits_a^{+\infty} f(x;\alpha)dx$ интегралы E жиынында бірқалыпты жинақталса;

2) $g(x;\alpha)$ функциясы α бойынша монотонды және шектелген болса.

13. Әрбір $y \in Y$ үшін жинақты $I^*(y) = \int\limits_a^b f(x,y)dx = \lim\limits_{\lambda \to +0} \int\limits_a^{b-\lambda} f(x,y)dx$ интегралы қандай теңсіздіктерді қанағаттандырса параметрден тәуелді $I^*(y)$ меншіксіз интегралы y бойынша Y жиынында бірқалыпты жинақты деп аталады?

А)

$$(\forall \varepsilon \square 0)\ (\exists \delta(\varepsilon) \square 0)\ (0 \square \lambda \square \delta(\varepsilon))\ (\forall y \in Y): \left| I^*(y) - \int\limits_a^{b-\lambda} f(x,y)dx \right| = \left| \int\limits_{b-\lambda}^{b} f(x,y)dx \right| \square\ \varepsilon$$

В)

$$(\forall \varepsilon \square 0)\ (\exists \delta(\varepsilon) \square 0)\ (0 \square \lambda \square \delta(\varepsilon))\ (\forall y \in Y): \left| I^*(y) - \int\limits_a^{b-\lambda} f(x,y)dx \right| = \left| \int\limits_{b-\lambda}^{b} f(x,y)dx \right| \square\ \varepsilon$$

С)

$$(\forall \varepsilon \square 0)\ (\exists \delta(\varepsilon) \square 0)\ (0 \square \lambda \square \delta(\varepsilon))\ (\exists y \in Y): \left| I^*(y) - \int\limits_a^{b-\lambda} f(x,y)dx \right| = \left| \int\limits_{b-\lambda}^{b} f(x,y)dx \right| \square\ \varepsilon$$

Д)

$$(\forall \varepsilon \square 0)\ (\exists \delta(\varepsilon) \square 0)\ (0 \square \lambda \square \delta(\varepsilon))\ (\forall y \in Y): \left| I^*(y) - \int\limits_a^{b-\lambda} f(x,y)dx \right| = \left| \int\limits_{b-\lambda}^{b} f(x,y)dx \right| \square\ \varepsilon$$

14. $\int_a^{+\infty} f(x;\alpha)g(x;\alpha)dx$ интегралының α бойынша E жиынында бірқалыпты жинақтылығы үшін Абель белгісінің шарттары қандай?

А) 1) $\int_a^{+\infty} f(x;\alpha)dx$ интегралы E жиынында бірқалыпты жинақталса;
2) $g(x;\alpha)$ функциясы x бойынша монотонды және шектелген болса.

В) 1) $\int_a^{+\infty} f(x;\alpha)dx$ интегралы E жиынында жинақталса;
2) $g(x;\alpha)$ функциясы x бойынша монотонды және шектелген болса.

С) 1) $\int_a^{+\infty} f(x;\alpha)dx$ интегралы E жиынында бірқалыпты жинақталса;
2) $g(x;\alpha)$ функциясы x бойынша монотонды болса.

Д) 1) $\int_a^{+\infty} f(x;\alpha)dx$ интегралы E жиынында бірқалыпты жинақталса;
2) $g(x;\alpha)$ функциясы x бойынша шектелген болса.

15. $I(y)=\int_a^{+\infty} f(x,y)dx$ меншіксіз интегралы Y жиынында бірқалыпты жинақталады, егер:

А) $\exists g(x) \underset{x\in[a;+\infty)}{\geq} 0:$ 1) $\int_a^{+\infty} g(x)dx$ интегралы жинақты ;
2) $|f(x,y)| \leq g(x)$, $\forall y \in Y$

В) $\exists g(x) \underset{x\in[a;+\infty)}{\geq} 0:$ 1) $\int_a^{+\infty} g(x)dx$ интегралы жинақсыз ;
2) $|f(x,y)| \leq g(x)$, $\forall y \in Y$

С) $\exists g(x) \underset{x\in[a;+\infty)}{\leq} 0:$ 1) $\int_a^{+\infty} g(x)dx$ интегралы жинақты ;
2) $f(x,y) \leq g(x)$, $\forall y \in Y$

Д) $\exists g(x) \underset{x\in[a;+\infty)}{\geq} 0:$ 1) $\int\limits_a^{+\infty} g(x)dx$ интегралы жинақты ;

2) $|f(x,y)| \geq g(x)$, $\forall y \in Y$

16. $\int\limits_a^{+\infty} f(x;\alpha)g(x;\alpha)dx$ интегралы α бойынша E жиынында бірқалыпты жинақталады, егер әрбір бекітілген $\alpha \in E$ үшін $f,\ g,\ g'_x$ функциялары x айнымалысы бойынша $[a;+\infty)$ жиынында үзіліссіз және төмендегі шарттарды қанағаттандырса:

А) 1) $g(x;\alpha) \underset{x\to+\infty}{\to} 0$ бірқалыпты α -ға қатысты, $\alpha \in E$;

2) $g'_x(x;\alpha)$ функциясының әрбір бекітілген $\alpha \in E$ үшін таңбасы тұрақты,
$x \in [a;+\infty)$;

3) $f(x;\alpha)$ функциясының әрбір $\alpha \in E$ үшін алғашқы бейнесі шектелген;

В) 1) $g(x;\alpha) \underset{x\to+\infty}{\to} 0$ бірқалыпты α -ға қатысты, $\alpha \in E$;

2) $g'_x(x;\alpha)$ функциясының әрбір бекітілген $\alpha \in E$ үшін таңбасы айнымалы,
$x \in [a;+\infty)$;

3) $f(x;\alpha)$ функциясының әрбір $\alpha \in E$ үшін алғашқы бейнесі шектелген;

С) 1) $g(x;\alpha) \underset{x\to+\infty}{\to} 0$ бірқалыпты α -ға қатысты, $\alpha \in E$;

2) $g'_x(x;\alpha)$ функциясының әрбір бекітілген $\alpha \in E$ үшін таңбасы тұрақты,
$x \in [a;+\infty)$;

3) $f(x;\alpha)$ функциясының әрбір $\alpha \in E$ үшін алғашқы бейнесі шектелмеген;

Д) 1) $g(x;\alpha) \underset{x\to+\infty}{\to} 1$ бірқалыпты α -ға қатысты, $\alpha \in E$;

2) $g'_x(x;\alpha)$ функциясының әрбір бекітілген $\alpha \in E$ үшін таңбасы тұрақты,
$x \in [a;+\infty)$;

3) $f(x;\alpha)$ функциясының әрбір $\alpha \in E$ үшін алғашқы бейнесі шектелген;