

Лекция - 10. Жарықтың поляризациясы. Шағылған және сынған сәулелердің поляризациясы.

Лекцияның мақсаты: Френель формулаларының шығу принципін, екі диэлектрик шекарасында жарық толқынының шағылуы мен сынуы кезіндегі электр өрісінің таралу заңдылықтарын және шағылған жарықтың поляризациялану шарттарын түсіндіру.

Негізгі сұрақтар

1. Жазық гармоникалық толқын және оның поляризация күйлері.
2. Эллипстік, дөңгелек және сызықтық поляризация.
3. Екі орта шекарасында жарықтың шағылуы мен сынуы.
4. Френель формулалары және олардың физикалық мағынасы.
5. Шағылған жарықтың поляризациясы және Брюстер бұрышы.

Жазық гармоникалық толқынның поляризация күйлері. Эллипстік, дөңгелек, сызықтық поляризациялар

Электр өрісінің кернеулігі векторына басымдылық беріледі және оны жарық векторы деп атайды.

E_y , H_z және E_z , H_y толқындарының әрқайсысы толқындық теңдеуді қанағаттандыруы тиіс. Жалпы жағдайда жазық гармоникалық толқында E_y , E_z құраушыларының екеуі де нөлден өзгеше, ал электр өрісінің векторы мына түрде болады:

$$\vec{E}(t, x) = \vec{y}_0 E_y(t, x) + \vec{z}_0 E_z(t, x). \quad (1)$$

Электр өрісінің құраушылары гармоникалық заң бойынша өзгеретін мына жазық толқынды қарастырайық

$$\begin{aligned} E_y(t, x) &= A_1 \cos(\omega t - kx + \varphi_1), \\ E_z(t, x) &= A_2 \cos(\omega t - kx + \varphi_2). \end{aligned} \quad (2)$$

$x = \text{const}$ жазықтығында $\vec{E}$ векторының ұшы қозғалатын траектория теңдеуін табайық. Ол үшін $\tau = \omega t - kx$ белгілеуін енгізіп, (2) өрнегін былайша түрлендірейік:

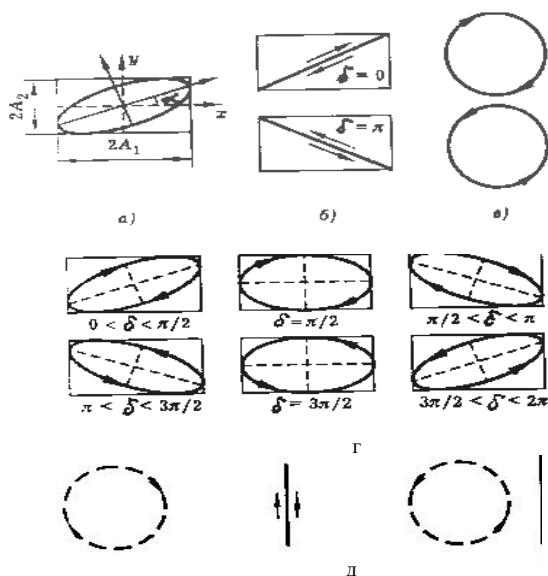
$$E_y(t, x) = A_1 (\cos \tau \cos \varphi_1 - \sin \tau \sin \varphi_1),$$

$$E_z(t, x) = A_2 (\cos \tau \cos \varphi_2 - \sin \tau \sin \varphi_2).$$

Осыдан

$$\frac{E_y}{A_1} \sin \varphi_2 - \frac{E_z}{A_2} \sin \varphi_1 = \cos \tau \sin(\varphi_2 - \varphi_1), \quad \frac{E_y}{A_1} \cos \varphi_2 - \frac{E_z}{A_2} \cos \varphi_1 = \sin \tau \sin(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Осы теңдеулердің оң және сол бөліктерін квадраттап алып және бұларды қосып, мынаны табамыз:



$$\left(\frac{E_y}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{E_z}{A_2}\right)^2 - 2\frac{E_y}{A_1}\frac{E_z}{A_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (3)$$

(3) теңдеуі эллипстің теңдеуі болып табылады. Эллипс қабырғалары y , z өстеріне параллель және

ұзындықтары $2A_1$ және $2A_2$ болатын тік төртбұрыш ішіне сызылған (1а-сурет). Сонымен, жалпы жағдайда жазық монохроматты жарық толқыны таралғанда $\vec{E}$ векторының ұшы $x=\text{const}$ жазықтығында эллипс сызады. Магнит өрісі кернеулігінің векторы да өзін дәл осылай көрсетеді. Осындай толқын эллипстік поляризацияланған толқын деп аталады.

Сызықтық поляризация. Егер фазалар айырымы $\delta = (\varphi_2 - \varphi_1) = m\pi$ болса, мұндағы $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$, онда эллипс мына теңдеумен бейнеленетін түзуге айналады:

$$\frac{E_y}{E_z} = (-1)^m \frac{A_1}{A_2}.$$

Осы жағдайда толқын сызықты поляризацияланған немесе жазық поляризацияланған толқын болып табылады. 1б-суретте $\delta=0$ және $\delta=\pi$ -ге сәйкес келетін жазық поляризацияланған толқындағы поляризацияның екі мүмкін бағыттары көрсетілген.

Дөңгелек поляризация. Егер $A_1=A_2=A$ және $\delta = (\varphi_2 - \varphi_1) = m\frac{\pi}{2}$ болса, мұндағы $m=\pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$, онда $\vec{E}$ векторының құраушыларының біреуі, екіншісі нөлге айналған мезетте, максимум арқылы өтеді. Осы жағдайда эллипс мына теңдеумен бейнеленетін шеңберге ауысады

$$E_y^2 + E_z^2 = A^2.$$

Сонымен, $\vec{E}$ векторының ұшы (әрине $\vec{H}$ векторы да) сағат тілі бағытында немесе оған қарсы бағытта айналып шеңбер бойымен қозғалады. Толқынның осындай поляризация күйі дөңгелек немесе циркулярлық поляризация деп аталады. Оң және сол дөңгелек поляризациялар болады. Оң поляризация үшін

$$\delta = \frac{\pi}{2} + 2m\pi, \vec{E}^{(+)} = \vec{y}_0 E_y^{(+)} + \vec{z}_0 E_z^{(+)}, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} E_y^{(+)} &= A \cos(\tau + \varphi_1), \\ E_z^{(+)} &= -A \sin(\tau + \varphi_1). \end{aligned} \quad (6)$$

Сол поляризация үшін

$$\delta = -\frac{\pi}{2} + 2m\pi, \vec{E}^{(-)} = \vec{y}_0 E_y^{(-)} + \vec{z}_0 E_z^{(-)}, \quad (7)$$

$$E_y^{(-)} = A \cos(\tau + \varphi_1), E_z^{(-)} = A \sin(\tau + \varphi_1). \quad (8)$$

(5)-(8) формулаларынан мына өрнек шығады

$$\vec{E} = \vec{E}^{+} + \vec{E}^{-} = \vec{y}_0 2A \cos(\tau + \varphi_1). \quad (9)$$

Бұл оң – және сол – поляризацияланған толқындардың қосындысы сызықтық поляризацияланған толқынды беретіндігін білдіреді.

1-суретте жазық гармоникалық толқынның мүмкін болатын поляризация күйлері келтірілген: а – эллипстік поляризацияланған толқын; б – сызықтық поляризацияланған толқын; в – циркулярлық (дөңгелек) поляризацияланған толқын (оң- және сол-поляризация); г - өрістің ортогональ құраушыларының δ фазалар айырымының мәндері әртүрлі болғандағы эллипстік поляризацияланған толқын; д – поляризация бағыттары қарама-қарсы екі циркулярлық поляризацияланған толқынның жиынтығынан сызықтық поляризацияланған толқынның алынатындығы.

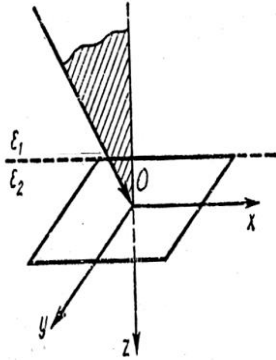
Екі біртекті мөлдір диэлектрик шекарасында жарықтың шағылуы және сынуы. Френель формулалары

Шекаралық шарттар. Максвелдің электромагниттік өріс теориясына сүйеніп шағылған және сынған жарық толқындарының интенсивтігін және де бұлардың фазалары мен жиіліктерін анықтау мәселесін қарастырайық. Жазық монохроматты жарық толқыны

екі біртекті изотропты мөлдір диэлектриктің жазық, шексіз созылып жатқан шекарасына түсетін болсын:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}, \quad \vec{H} = \vec{H}_0 e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r})}. \quad (1)$$

Максвелл теориясына сәйкес электромагниттік толқындар таралатын ортаның қасиеттері оның макроскопиялық ε және μ сипаттамаларымен (диэлектрлік және магниттік өтімділіктер) анықталады. Көрінетін аймақта барлық мөлдір денелер үшін $\mu \approx 1$ болатындықтан, $n = \sqrt{\varepsilon\mu} = \sqrt{\varepsilon}$ болады.



1-сурет

OZ өсін орталарды бөлу жазықтығына перпендикуляр етіп екінші ортаға қарай бағыттаймыз. OY осін түсетін сәулеге перпендикуляр және бақылаушыға қарай (1-сурет) диэлектрлік өтімділіктері ε_1 және ε_2 екі орта шекарасы бойымен жүргіземіз. Шекаралық шарттарға сәйкес кезкелген уақыт мезеті үшін бөлу шекарасының барлық нүктелерінде электрлік және магниттік векторларының тангенциалдық құраушылары тұрақты болып қалады, яғни

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}, \quad H_{1\tau} = H_{2\tau}. \quad (2)$$

(2) шартынан егер бөлу шекарасына бірінші ортадан электромагниттік толқын түсетін болса, онда екінші ортада өрістің болатындығы келіп шығады. Екі шартты тек бір жазық толқын бар деп ұйғарып, қанағаттандыру мүмкін емес, өйткені

$$H_{1\tau} = \sqrt{\varepsilon_1} E_{1\tau}, \quad H_{2\tau} = \sqrt{\varepsilon_2} E_{2\tau} \quad (3)$$

теңдіктерін бір мезгілде $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ болғанда ғана қанағаттандыруға болады. Сондықтан есепті шешу үшін түскен жазық толқыннан басқа екі жазық толқын-шағылған және сынған толқындар бар деп санау керек. Осы ескерілгенде тиісті толқындардың электрлік векторлары үшін мына өрнектерді жазамыз:

түсетін толқын
$$\vec{E}_0 = \vec{E}_{00} e^{i(\omega_0 t - \vec{k}_0 \vec{r})},$$

шағылған толқын
$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{10} e^{i(\omega_1 t - \vec{k}_1 \vec{r})}, \quad (4)$$

сынған толқын
$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{20} e^{i(\omega_2 t - \vec{k}_2 \vec{r})}.$$

Осы (4) өрнектерді пайдаланғанда (2) теңдігі мына түрге келеді:

$$\vec{E}_{00\tau} e^{i(\omega_0 t - \vec{k}_0 \vec{r})} + \vec{E}_{10\tau} e^{i(\omega_1 t - \vec{k}_1 \vec{r})} = \vec{E}_{20\tau} e^{i(\omega_2 t - \vec{k}_2 \vec{r})} \quad (5)$$

Егер,

$$\omega_0 = \omega_1 = \omega_2, \quad k_{0x} = k_{1x} = k_{2x}, \quad k_{0y} = k_{1y} = k_{2y} \quad (6)$$

болса, онда (5) шарты кезкелген t үшін және бөлу шекарасының кезкелген нүктелерінде орындалатындығын дәлелдеу қиын емес. (6)-ді дәлелдеу үшін (5) шекаралық шартын мына түрде қайта жазамыз

$$A e^{i\omega_0 t} + B e^{i\omega_1 t} = C e^{i\omega_2 t}, \quad (5a)$$

мұндағы A, B, C - t -ға тәуелсіз шамалар.

(5a)-ны уақыт бойынша дифференциалдаймыз

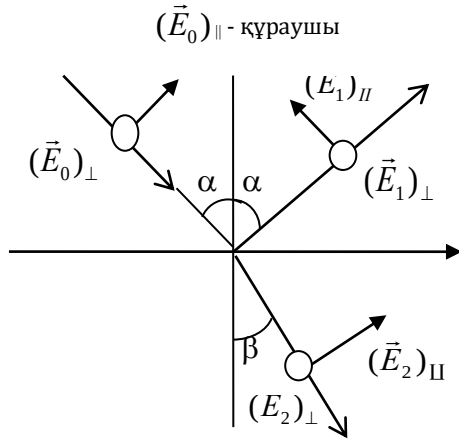
$$i\omega_0 A e^{i\omega_0 t} + i\omega_1 B e^{i\omega_1 t} = i\omega_2 C e^{i\omega_2 t}, \quad (5б)$$

осыдан

$$\frac{1}{\omega_2} (\omega_0 A e^{i\omega_0 t} + \omega_1 B e^{i\omega_1 t}) = C e^{i\omega_2 t}. \quad (5в)$$

(5a) және (5б) теңдіктерін салыстырып, мына өрнекті табамыз

$$A(\omega_2 - \omega_0) e^{i\omega_0 t} = (\omega_1 - \omega_2) B e^{i\omega_1 t}$$



Фазаның секіруі

Бұл теңдік, егер $\omega_0 = \omega_1$ болса, кезкелген t жағдайында қанағаттандырылады. Дәл осылай (5a) және (5в) теңдеулерінен $B e^{i\omega t}$ үшін өрнектерді анықтап және бұларды теңестіріп, $\omega_0 = \omega_2$ болатындығын табамыз.

Френель формулалары. Шағылған және сынған жарық толқындары арасында жарық интенсивтігінің үлестірілуін анықтайық. Осы мақсатта барлық үш толқынның электр өрісі кернеулігінің векторын өзара перпендикуляр екі векторға – біреуі түсу жазықтығында, екіншісі – осы жазықтыққа перпендикуляр болатын векторға жіктеген ыңғайлы:

$$\vec{E}_0 = (\vec{E}_0)_{||} + (\vec{E}_0)_{\perp}, \vec{E}_1 = (\vec{E}_1)_{||} + (\vec{E}_1)_{\perp}, \vec{E}_2 = (\vec{E}_2)_{||} + (\vec{E}_2)_{\perp}, \quad (7)$$

мұндағы $||$ және $\perp$ индекстері түсу жазықтығында және оған перпендикуляр жазықтықтарда жататын құраушыларға қатысты индекстер. Бұл есепті (табиғи жарық түсетін жағдай):

1) электрлік вектор түсу жазықтығында; 2) электрлік вектор түсу жазықтығына перпендикуляр болатын екі есепке келтірумен пара-пар. Электрлік векторды осылай екі құраушыға жіктеу шағылған және сынған сәулелердің интенсивтіктерін осы құраушылардың әрқайсысының өзгеру заңдарына сүйеніп анықтауға мүмкіндік береді.

5.10-суреттен жарықтың электрлік векторының координаттар остеріне проекциялары анықталады:

$$\left. \begin{aligned} E_{0x} &= (E_0)_{||} \cos \alpha, E_{1x} = (E_1)_{||} \cos \alpha, \\ E_{0y} &= (E_0)_{\perp}, E_{1y} = (E_1)_{\perp}, \\ E_{0z} &= -(E_0)_{||} \sin \alpha, E_{1z} = -(E_1)_{||} \sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Суретте дөңгелектермен сурет жазықтығына перпендикуляр құраушылар белгіленген. Оң бағыт ретінде шартты түрде $||$ құраушылар үшін суреттегі стрелка бағыты және «1ң құраушылар үшін бақылаушыдан суреттің артына қарай бағыт алынған. Бұл егер $(E_0)_{\perp}$, $(E_1)_{\perp}$ және $(E_2)_{\perp}$ құраушыларының таңбалары бірдей болса, онда бұлардың фазалары бірдей болатындығын, егер таңбалары әртүрлі олса, онда фазалары қарама-қарсы болатындығын білдіреді. Бұл $(E_0)_{||}$ және $(E_2)_{||}$ құраушыларына да қатысты. Бірақ $(E_0)_{||}$

және $(E_1)_{\parallel}$ үшін кері жағдай орын алады, яғни егер бұлардың таңбалары әртүрлі болса, онда фазалары бірдей, егер таңбалары бірдей болса, онда фазалары қарама-қарсы болады.

Түскен және шағылған толқындардың амплитудаларының қатынасын анықтау үшін (2) және (3) шекаралық шарттарын жазамыз:

$$E_{0x} + E_{1x} = E_{2x}; E_{0y} + E_{1y} = E_{2y}; H_{0x} + H_{1x} = H_{2x}; H_{0y} + H_{1y} = H_{2y}.$$

Демек, шекаралық шарттары мына түрге келеді:

$$\left. \begin{aligned} [(E_0)_{\parallel} - (E_1)_{\parallel}] \cos \alpha &= (E_2)_{\parallel} \cos \beta, \\ E_{0\perp} + E_{1\perp} &= E_{2\perp}, \\ \sqrt{\varepsilon_1} [(E_0)_{\perp} - (E_1)_{\perp}] \cos \alpha &= \sqrt{\varepsilon_2} (E_2)_{\perp} \cos \beta, \\ \sqrt{\varepsilon_1} [(E_0)_{\parallel} - (E_1)_{\parallel}] &= \sqrt{\varepsilon_2} (E_2)_{\parallel}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Түскен толқындардың $(E_0)_{\parallel}$ және $(E_0)_{\perp}$ амплитудалары берілген деп саналады. (9) теңдеулер жүйесін $(E_1)_{\parallel}$, $(E_1)_{\perp}$, $(E_2)_{\parallel}$, $(E_2)_{\perp}$ төрт белгісізге қатысты шешеміз. Сонда жарықтың түсу жазықтығында поляризацияланған жарықтың амплитудалық $r_{\parallel}$, $r_{\perp}$ шағылу коэффициенттері және $d_{\parallel}$, $d_{\perp}$ өткізу коэффициенттері үшін мына өрнектер алынады:

$$\begin{aligned} r_{\parallel} &= \left(\frac{E_1}{E_0} \right)_{\parallel} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)}; \\ d_{\parallel} &= \left(\frac{E_2}{E_0} \right)_{\parallel} = \frac{2 \sin \beta \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)}, \\ r_{\perp} &= \left(\frac{E_1}{E_0} \right)_{\perp} = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}; \\ d_{\perp} &= \left(\frac{E_2}{E_0} \right)_{\perp} = \frac{2 \sin \beta \cos \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}. \end{aligned} \quad (10)$$

Бұл формулалар **Френель формулалары** деп аталады. (10) формулаларынан, егер $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ болса, онда $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \infty$, ал $(E_1)_{\parallel} = 0$, $(E_1)_{\perp} \neq 0$ болатындығы келіп шығады.

Бұл, егер шағылған және сынған сәулелер өзара перпендикуляр болса, онда шағылған толқынның электр векторы тек бір бағытта-түсу жазықтығына перпендикуляр бағытта тербелетіндігін көрсетеді. Мұндай толқынның сызықтық немесе жазық поляризацияланған деп аталатындығы белгілі. Шағылғын сәуле сызықтық поляризацияланған болатын табиғи жарықтың түсу бұрышы **Брюстер бұрышы** деп аталады.

Бақылау сұрақтары

1. Эллипстік және сызықтық поляризацияның айырмашылығы неде?
2. Френель формулаларының физикалық мәнін түсіндіріңіз.
3. Шағылған және сынған сәулелердің арасындағы байланыс қандай?
4. Брюстер бұрышының мәні қалай анықталады?
5. Поляризация құбылысы оптикалық техникада қайда қолданылады?

Ұсынылатын әдебиеттер:

Сивухин Д.В. 3-е изд., стереот. М.: ФИЗМАТЛИТ; Изд-во МФТИ, 2021, 792 с.

Савельев, И.В. Курс общей физики. В 3-х т.: Учебное пособие для студ. вузов/ И.В.Савельев.- 10-е изд., стер.- СПб: Лань. - (Учебники для вузов. Специальная литература) Т.2: Электричество и магнетизм. Волны. Оптика, 2020, 496с.

Иродов И.Е. Волновые процессы. Основные законы. Издательство "Лаборатория знаний", 8-ое издание, 2020, 266 стр.

Иродов И.Е. Задачи по общей физике, 13-е изд. — М.: Лаборатория знаний, 2020, 431 стр.

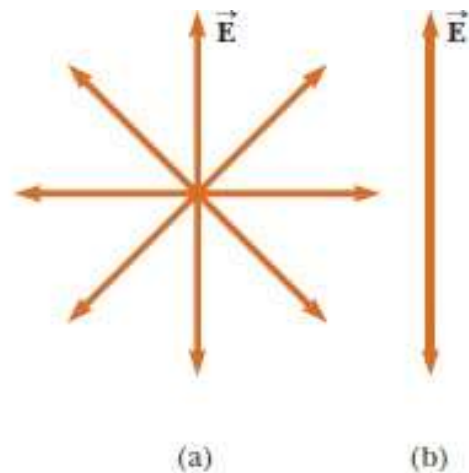
Жұманов К.Б. Оптика негіздері, Алматы: Қазақ университеті, 2020, 321 бет.

Аль-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті
Физикалық техникалық факультет

**Жарықтың поляризациясы. Шағылған
және сынған сәулелердің
поляризациясы.**

Мархабаева А.А.

Е жарық векторының бағыты қалайда реттелген толқынды *поляризацияланған жарық* деп атайды. Егер $\vec{E}$ векторы тек бір жазықтықта тербелсе онда сызықты поляризация жағдайы болады. Егер $\vec{E}$ векторы жарықтың таралу бағытына қатысты айналып, модулі өзгеріп, вектордың соңы эллипс сызса, онда эллипсті поляризацияланған жарық болады. Төменде суретте табиғи жарық (сол жақ) және поляризацияланған жарықтың $\vec{E}$ векторының тербеліс бағыттары көрсетілген. Табиғи жарықтан поляризацияланған жарықты алу үшін поляризаторлар дейтін заттар қолданылады. Олар жарықты



Поляризация жазықтығы



Электромагниттік толқындарда олардың таралу бағытына перпендикуляр орналасқан электр өрісінің E және магнит өрісінің H кернеулік векторларының тербелістері жүзеге асады; ал ортада пайда болатын магнит индукциясы B және электр индукциясы D векторлары осы өрістермен индуцирленеді. Қазіргі кезде толқынның поляризация жазықтығы деп электр өрісінің E векторы тербелетін жазықтықты атайды. Энергияның тасымалдану бағыты және жарық сәулесінің таралу бағыты Пойнтинг векторы P арқылы анықталады; бұл вектор E және H векторларының жазықтығына перпендикуляр. Толқындық вектор k және индуцирленген өрістердің B және D векторларының толқын фронтына түсірілген нормалі N — B және D векторларының жазықтығына перпендикуляр, бірақ олар әрқашан Пойнтинг векторымен бағытас бермейді.

В системе Гаусса для изотропной среды

$$\frac{\epsilon \cdot E^2}{2} = \frac{\mu \cdot H^2}{2}$$

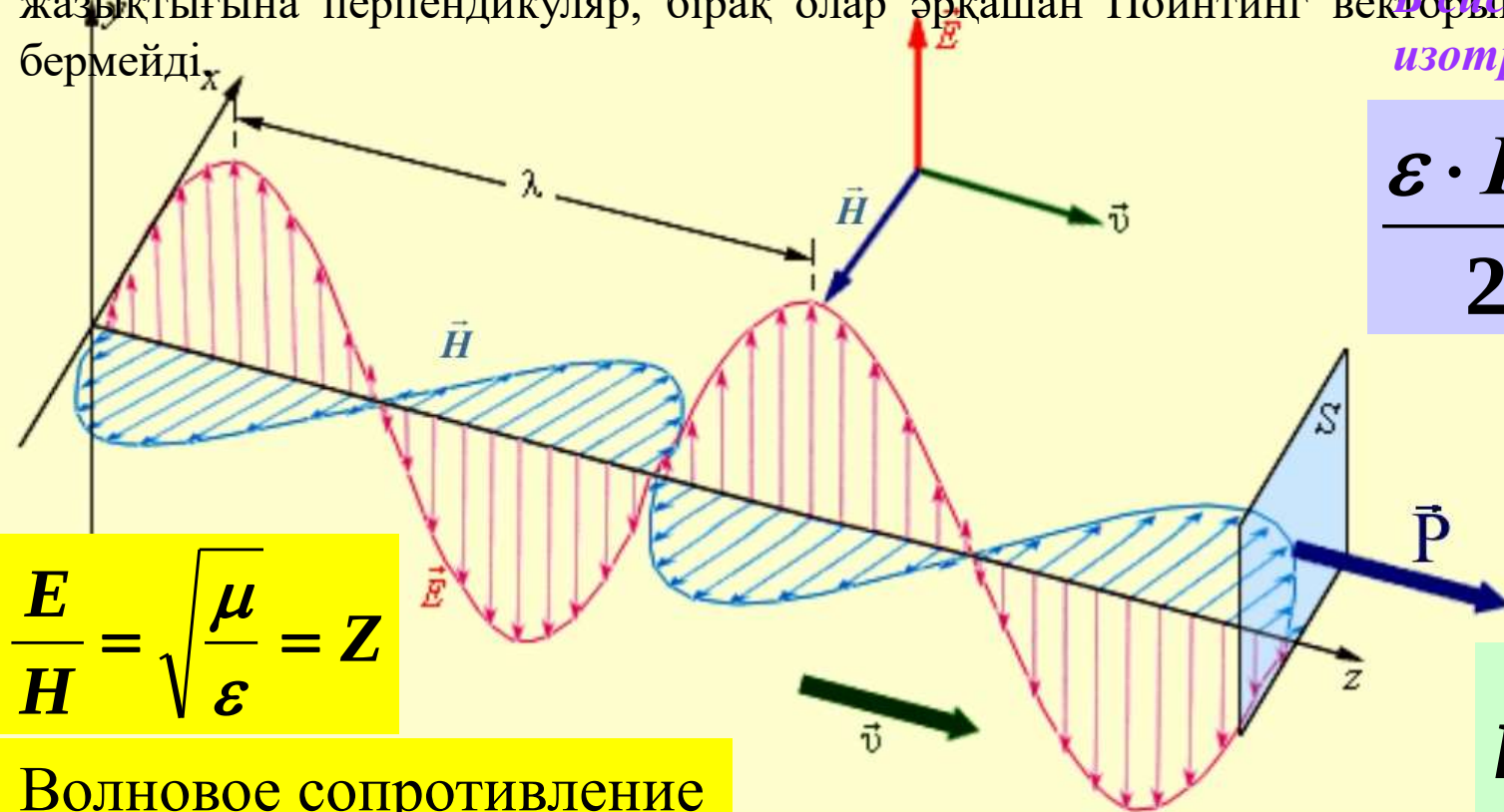
$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

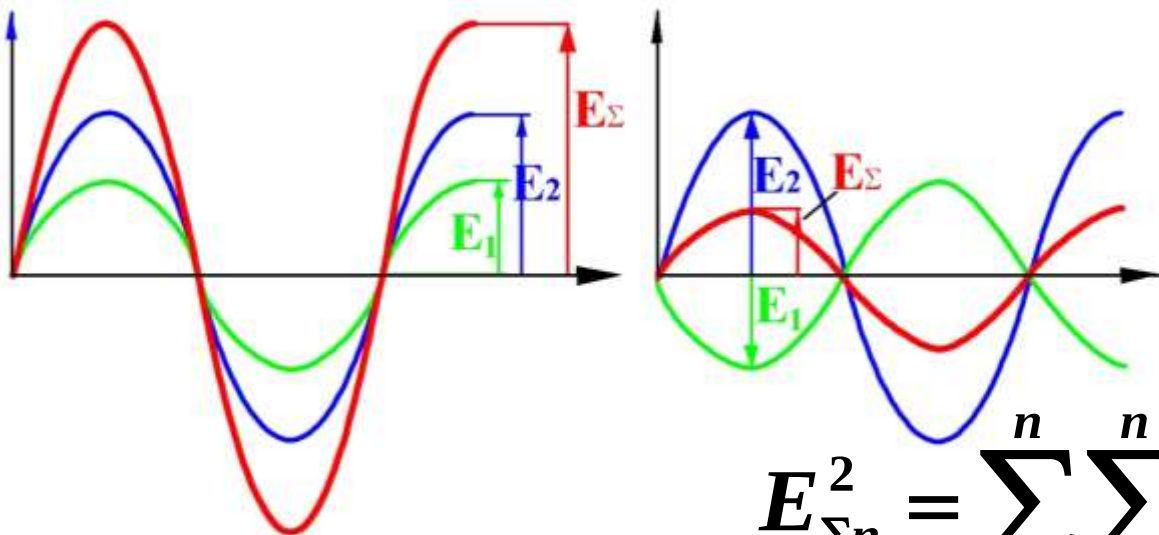
$$n = \sqrt{\mu \epsilon}$$

$$\frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = Z$$

Волновое сопротивление

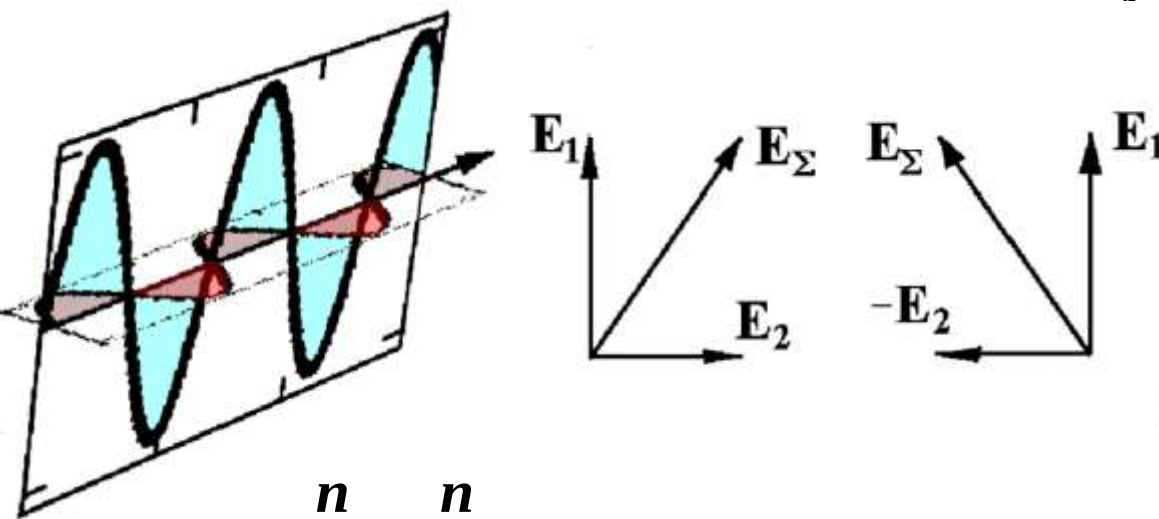


Поляризацияланған толқындардың таралуы



Егер E векторы бір жазықтықта жатса қорытқы толқын әр толқынның алгебралық суммасының қосындысына тең. Фазалар айырымын ескере отырып $\varphi_i - \varphi_j$ n толқынның қосындысы келесі формуламен беріледі:

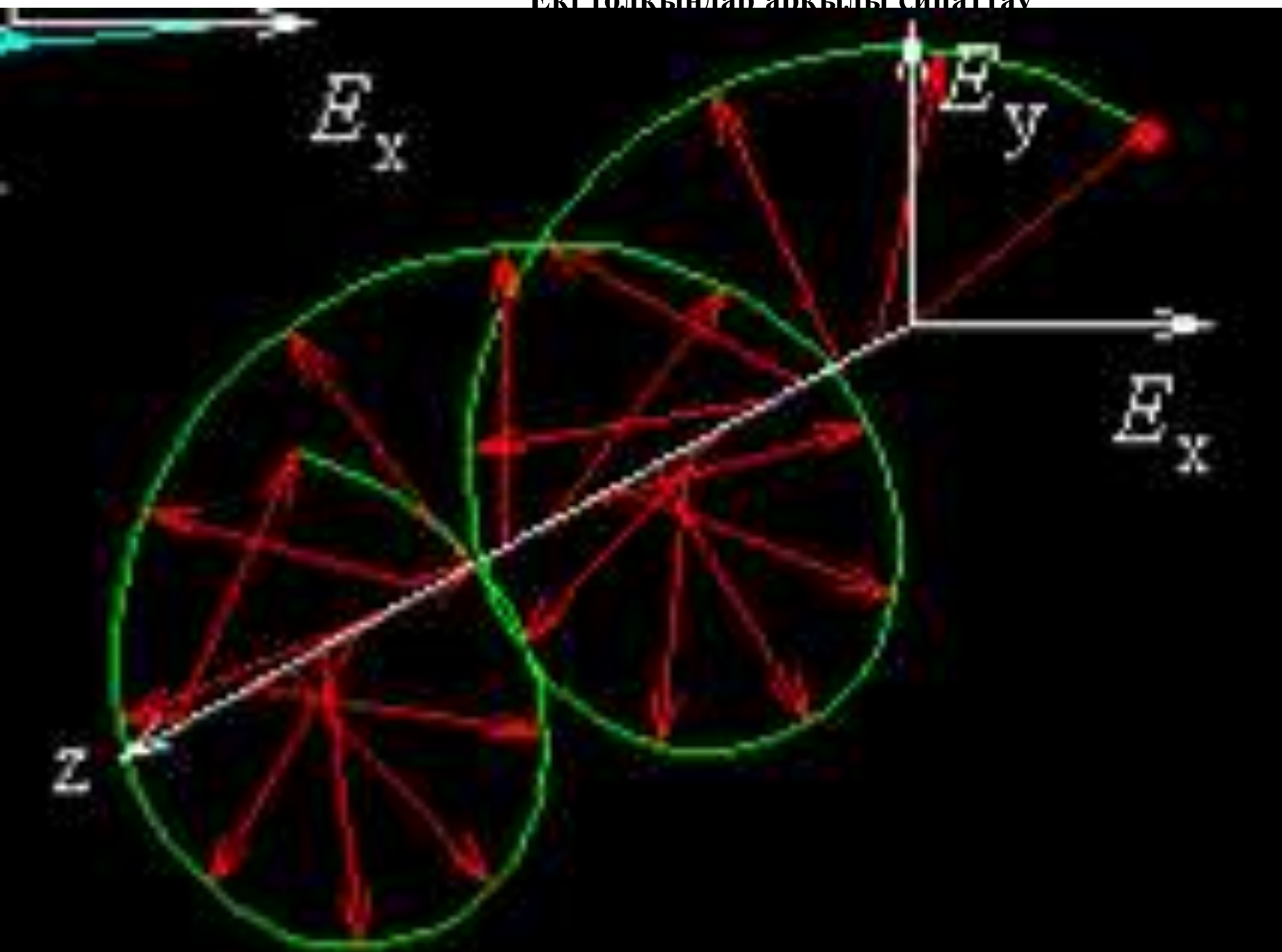
$$E_{\Sigma n}^2 = \sum_i^n \sum_j^n E_i \cdot E_j \cdot \cos(\varphi_i - \varphi_j)$$



Егер E векторы әр түрлі жазықтықта жатса, қорытқы толқын әр толқынның алгебралық суммасының қосындысына тең. Фазалар айырымын $\varphi_i - \varphi_j$ және бұрыштық айырымын $(\alpha_i - \alpha_j)$ ескере отырып E векторының тербелу жазықтығы

$$E_{\Sigma n}^2 = \sum_i^n \sum_j^n E_i \cdot E_j \cdot \cos(\varphi_i - \varphi_j) \cdot \cos(\alpha_i - \alpha_j)$$





Виды поляризации

Линейно-поляризованное

Эллиптически-поляризованное

Поляризованное по кругу

Эллиптически-поляризованное

Левовращательная

Правовращательная

$$\delta = \pi \quad \pi < \delta < \frac{3\pi}{2} \quad \delta = \frac{3\pi}{2} \quad \frac{3\pi}{2} < \delta < 2\pi$$

$$\delta = 0$$

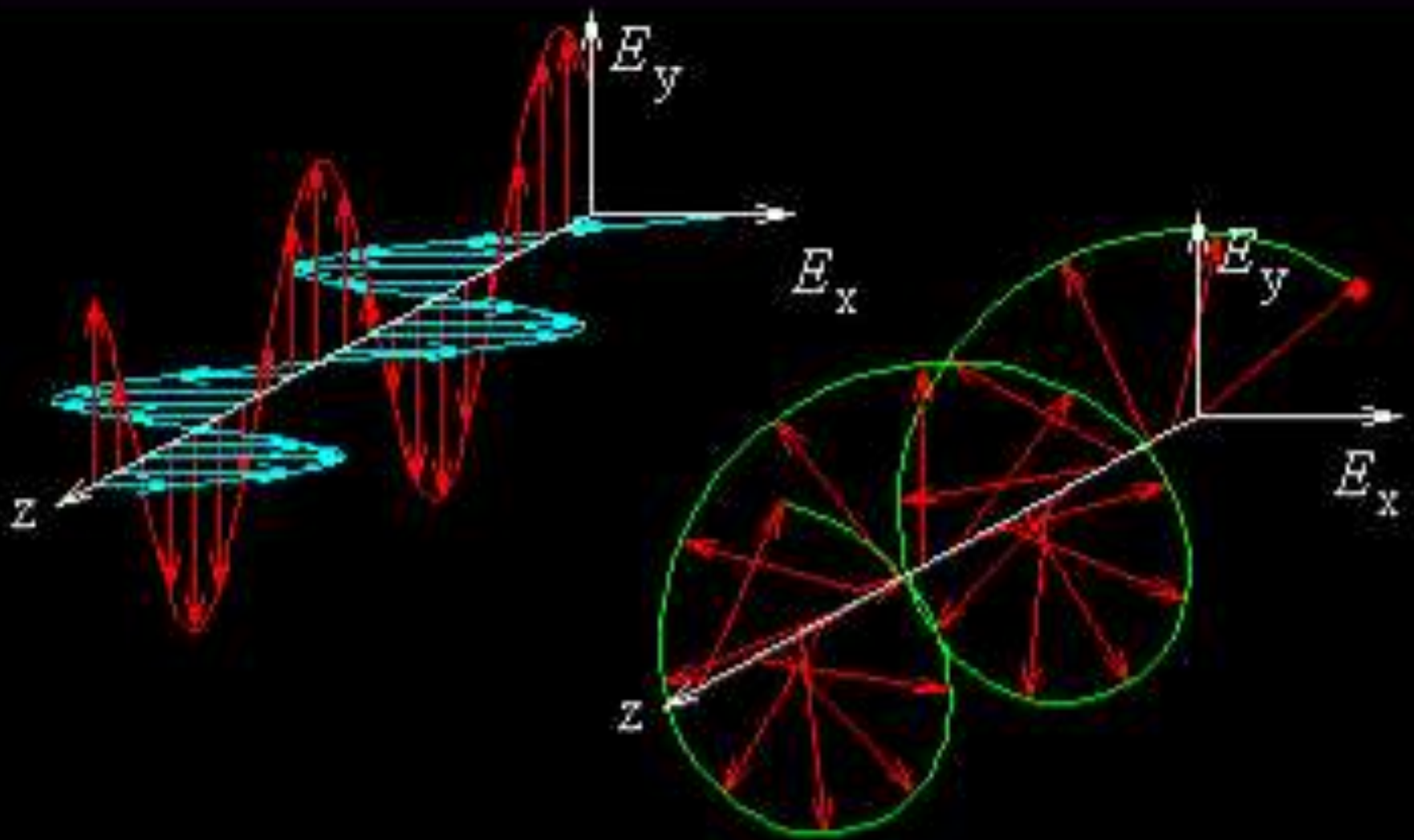
$$0 < \delta < \frac{\pi}{2}$$

$$\delta = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} < \delta < \pi$$

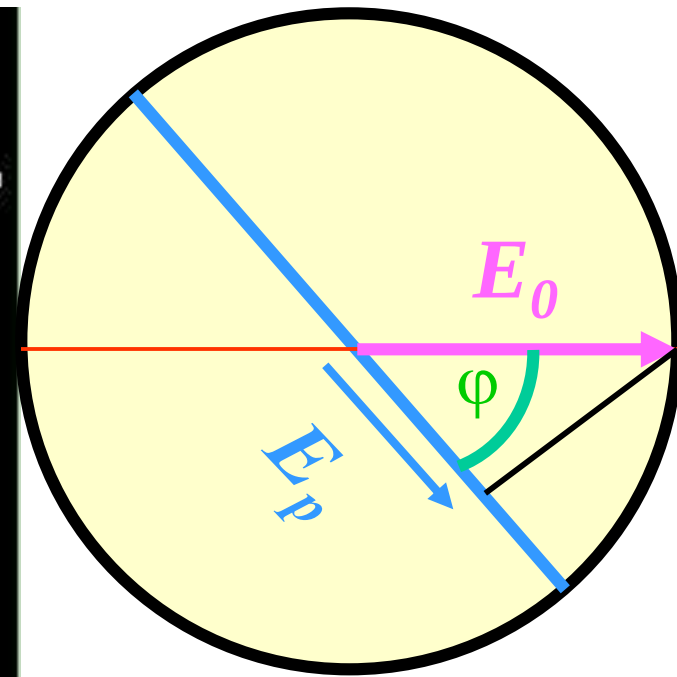
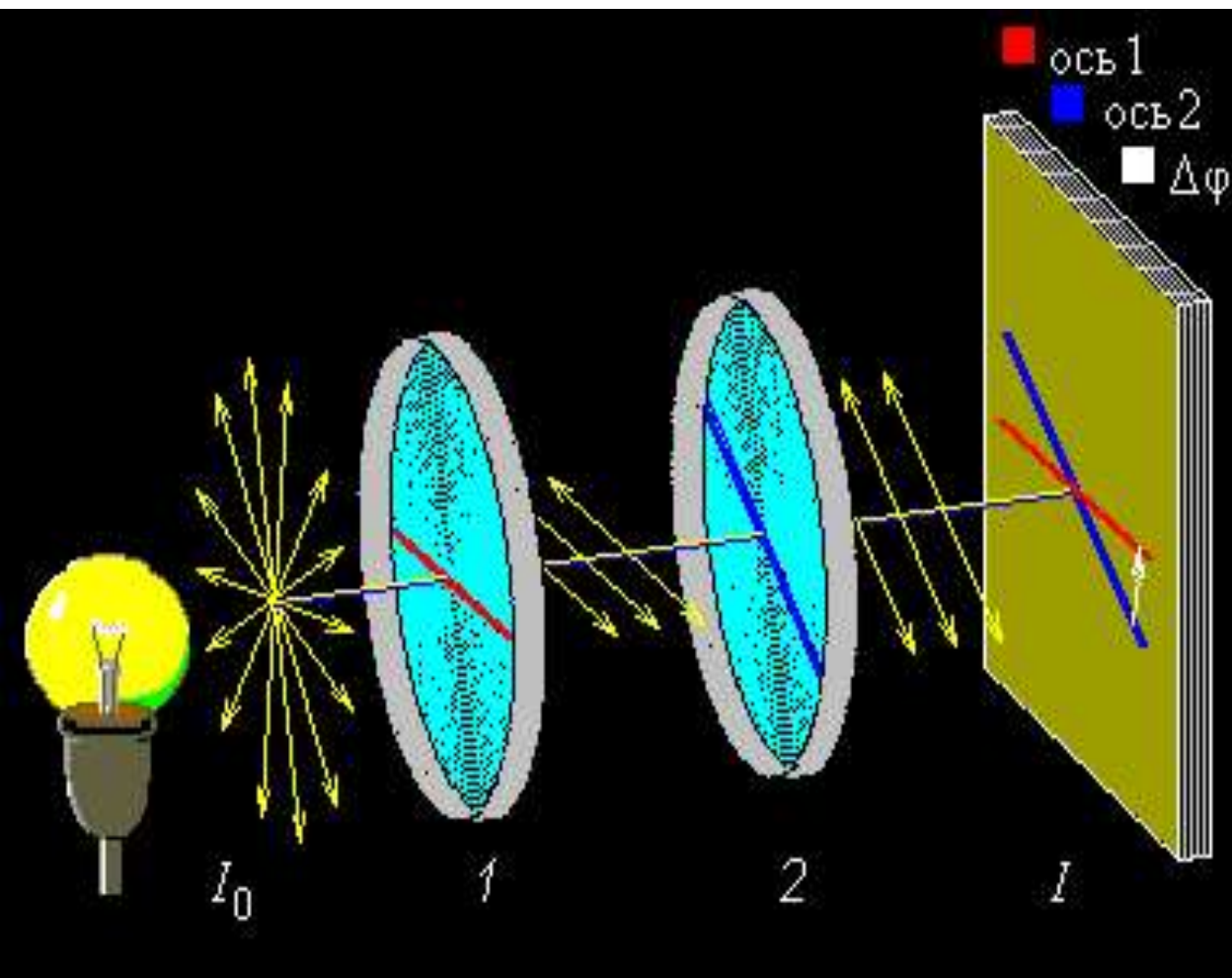


Круговая поляризация



Поляризатор и анализатор

$$I_p = I_0 \cdot \cos^2 \varphi$$



$$E_p = E_0 \cos \varphi$$



Шағылған жарық поляризациясы

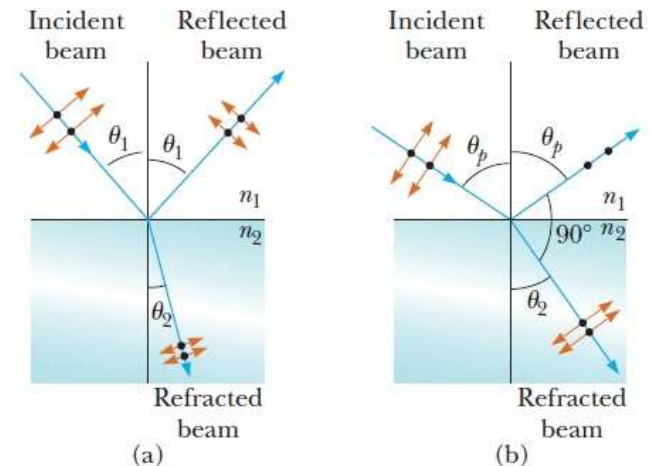
Табиғи жарық қандай да бір бетке түскенде, шағылған жарық толық поляризацияланған, жартылай поляризацияланған немесе поляризацияланбаған болуы мүмкін. Егер түсу бұрышы 0° , онда шағылған жарық поляризацияланбаған болады. Басқа бұрыштың барлығында шағылған жарық жартылай поляризацияланған. Ал тек бір бұрышты толық поляризацияланған болады.

Қандай да түсу бұрышында жарық поляризацияланған, оны поляризация бұрышы деп алсақ, суреттен мына қатынас жазуға болады

$$\theta_p + 90^\circ + \theta_2 = 180^\circ;$$

яғни

$$\theta_2 = 90^\circ - \theta_p.$$



Снелус заңын ескерсек

$\sin \theta_2 = \sin (90^\circ - \theta_p) = \cos \theta_p$, басқаша $n_2/n_1 = \sin \theta_p / \cos \theta_p$,
яғни

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\sin \theta_p}{\sin \theta_2}$$

Бұл заңдылық **Брюстер заңы**, бұрышты **Брюстер бұрышы**,
деп атайды, Давид Брюстер құрметіне (1781–1868).

$$\tan \theta_p = \frac{n_2}{n_1}$$