Вопросы по предыдущей лекции:

1. Какое ДУ является линейным?
2. Какое ДУ является однородным?
3. Как определяется порядок ДУ?
4. Какие типы ДУ II порядка Вы знаете?
5. Чем отличается равномерная сетка от неравномерной?
6. Что такое «сеточная функция»?
7. Что такое «конечно-разностная схема»?
8. Что такое «шаблон»?

Методы представления ДУ в конечных разностях

Лекция 4

Тейлора

Первая производная

$$f(x_{i+1}) = f(x_i) + \left.\frac{df}{dx}\right|_i (x_{i+1} - x_i) +$$

$$+\frac{1}{2}\left.\frac{d^2 f}{dx^2}\right|_i (x_{i+1} - x_i)^2 + \frac{1}{6}\left.\frac{d^3 f}{dx^3}\right|_i (x_{i+1} - x_i)^3 + \text{ЧВП}$$

$\Delta x = x_{i+1} - x_i$, $f_{i+1} = f(x_{i+1})$, $f_i = f(x_i)$, $f_{i-1} = f(x_{i-1})$

$$f_{i+1} = f_i + \left.\frac{df}{dx}\right|_i \Delta x + \underbrace{\frac{1}{2}\left.\frac{d^2 f}{dx^2}\right|_i \Delta x^2 + \frac{1}{6}\left.\frac{d^3 f}{dx^3}\right|_i \Delta x^3 + \text{ЧВП}}_{O(\Delta x^2)} \quad (1)$$

(1) $\Rightarrow$ $$f_{i+1} = f_i + \left.\frac{df}{dx}\right|_i \Delta x + O(\Delta x^2)$$

$$\left.\frac{df}{dx}\right|_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} + O(\Delta x)$$

$$\boxed{\left.\frac{df}{dx}\right|_i \approx \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x}} \qquad (2)$$

Конечно-разностное соотношение «вперед»

или

правосторонняя конечно-разностная аппроксимация

Выражение (2) имеет первый порядок точности

$$f_{i-1} = f_i - \left.\frac{df}{dx}\right|_i \Delta x + \underbrace{\frac{1}{2}\left.\frac{d^2 f}{dx^2}\right|_i \Delta x^2 - \frac{1}{6}\left.\frac{d^3 f}{dx^3}\right|_i \Delta x^3 + \text{ЧВП}}_{O(\Delta x^2)} \quad (3)$$

$$\left.\frac{df}{dx}\right|_i = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x} + O(\Delta x)$$

$$\boxed{\left.\frac{df}{dx}\right|_i \approx \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x}} \quad (4)$$

Конечно-разностное соотношение «назад»

или

левосторонняя конечно-разностная аппроксимация

Выражение (4) имеет первый порядок точности