

Дәріс 1-2

Сандық тізбектер. Сандық тізбектің шегі. Жинақты тізбектің қасиеттері. Монотонды тізбектің шегі. e саны. Функция шегі. Функция шегінің қасиеттері. Функция шегі бар болуының

- ▶ Коши критерийі. Біржақты шектер. Бірінші және екінші тамаша шектер

Тлеулесова А.М.

Функция және негізгі анықтамалар

- ▶ Функция: X жиынының әр элементіне Y жиынынан бір мән сәйкес келеді.
- ▶ Анықталу облысы - X , мәндер жиыны - Y .
- ▶ Функция берілу формалары: аналитикалық, таблицалық, графикалық.

Функция қасиеттері

- ▶ Шектелген функция: $\exists M: |f(x)| \leq M$.
- ▶ Өспелі/кемімелі функция: $f(x_1) \leq f(x_2)$ (немесе $\geq$).
- ▶ Жұп: $f(-x)=f(x)$. Тақ: $f(-x)=-f(x)$.
- ▶ Периодты: $f(x+T)=f(x)$.

Күрделі және кері функция

- ▶ Күрделі функция: $y = f(g(x))$.
- ▶ Кері функция: $f(f^{-1}(x)) = x$.
- ▶ Параметрлік түрде берілуі: $x=x(t)$, $y=y(t)$.

Тізбек шегі

- ▶ $\lim a_n = A: \forall \varepsilon > 0, \exists N: |a_n - A| < \varepsilon.$
- ▶ Тұрақты тізбектің шегі — сол тұрақты.
- ▶ Шегі бар тізбек — шектелген.

Функция шегі



$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A : \forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0: |f(x) - A| < \varepsilon.$$



Сол жақ және оң жақ шектер: $f(x-0)$, $f(x+0)$.



Ақырсыздықтағы шек: $x \rightarrow \infty$, $x \rightarrow -\infty$.

Шексіз аз және шексіз үлкен шамалар

Анықтама. Егер $\lim_{x \rightarrow a} \alpha(x) = 0$ болса, онда теңдігі орындалса, онда $\alpha(x)$ функциясы $x \rightarrow a$ (x шамасы a -ға ұмтылғанда) шексіз аз шама (ш.а.ш.) деп аталады.

Анықтама. Егер $\lim_{x \rightarrow a} \beta(x) = +\infty$ болса, онда $\beta(x)$ функциясы $x \rightarrow a$ -ғы шексіз үлкен шама (ш.ү.ш.) деп атайды.

Теорема. Егер $\lim_{x \rightarrow a} \alpha(x) = 0$ (ш.а.ш.) болса, $\alpha(x) \neq 0, \forall x \in U_\delta(a)$ болса, онда $F(x) = \frac{1}{\alpha(x)}$ функциясы $x \rightarrow a$ -ға ш.ү.ш. болады.

Шектердің негізгі теоремалары

Егер $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = B$, болса, онда

1. $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \pm g(x)) = A \pm B$

2. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot g(x) = A \cdot B$ /

3. Кезкелген $x \in U_\delta(a)$ үшін, $g(x) \neq 0$ және $B \neq 0$ болса, онда

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{A}{B}.$$

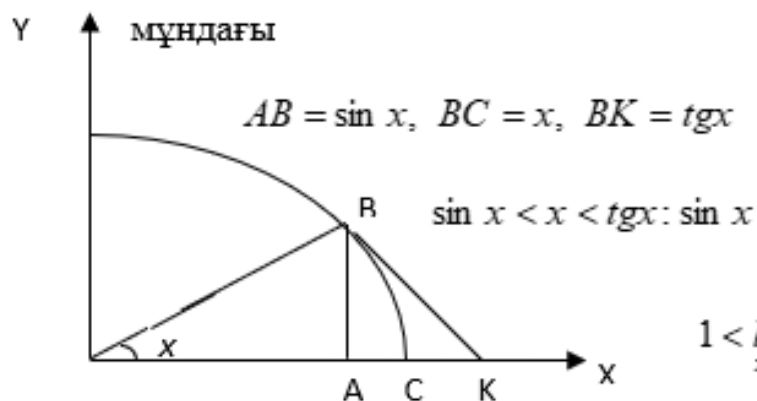
Тамаша шектер

Бірінші тамаша шек. Құрамында тригонометриялық функциялар бар өрнектердің шектерін есептегенде бірінші тамаша шекті

қолданады: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

Дәлелдеу: Радиусы бірге тең шеңбер аламыз. $\angle BOA = x$, сонда:

$$AB < BC < BK,$$



$$1 < \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} < \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1$$

Екінші тамаша шек:

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e, \quad б) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e, \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e.$$

Эквивалентті шексіз аздар

1. $\sin \alpha(x) \sim \alpha(x)$;

2. $\operatorname{tg} \alpha(x) \sim \alpha(x)$;

3. $\arcsin \alpha(x) \sim \alpha(x)$;

4. $\operatorname{arctg} \alpha(x) \sim \alpha(x)$;

5. $\ln(1 + \alpha(x)) \sim \alpha(x)$;
($b > 0$);

6. $b^{\alpha(x)} - 1 \sim \alpha(x) \cdot \ln b$.

Теорема. Егер ш.а.ф. –ды оларға эквивалентті функциялармен алмастырса, онда екі ш.а.ф. қатынасының шегі өзгермейді.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x \cdot (\sqrt{1 + 2x} - 1)}{\ln(1 + 3x) \cdot \sin 5x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \frac{2x}{2}}{3x \cdot 5x} = \frac{1}{15}$$

Бекіту сұрақтары

- ▶ Функция анықтамасы және қасиеттері.
- ▶ Тізбек шегінің анықтамасы.
- ▶ Функция шегі және біржақты шектер.
- ▶ Тамаша шектер.
- ▶ Эквивалентті шексіз аздар.