

Дәріс 3

Функцияның үзіліссіздігі.
Үзіліс нүктелер, олардың
классификациясы.
Функцияның бірқалыпты
үзіліссіздігі. Кантор
теоремасы

Тлеулесова А.М.

Үзіліссіздік анықтамасы

Функцияның нүктедегі үзіліссіздігі ұғымын беру үшін 3 шартты келтіреміз:

1. $f(x)$ функциясы x_0 нүктесінде анықталған (яғни $f(x_0)$ мәні бар);
2. $x \rightarrow x_0$ (x шамасы x_0 -ге ұмтылғанда) болғанда $f(x)$ функциясының ақырлы шегі $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ бар;
3. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ шегі функцияның x_0 нүктесіндегі мәніне тең:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

1-анықтама. Егер $y = f(x)$

функциясы келтірілген үш шартты қанағаттандырса, онда оны x_0 нүктесінде үзіліссіз дейді.

Функция өсімшесі

$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ функцияның өсімшесі

2-анықтама. Егер $y = f(x)$ функциясы x_0 нүктесінде анықталса және $\lim_{x \rightarrow 0} \Delta y = 0$ теңдігі орындалса, онда ол функцияны x_0 нүктесінде үзіліссіз дейді.

Үзіліс нүктелері

Егер $f(x)$ функциясы x_0 нүктесінде үзіліссіз болмаса, онда бұл нүкте $f(x)$ функциясының үзіліс нүктесі деп аталады.

Үзіліс нүктесінің екі түрі бар.

- ▶ 1-текті: сол және оң шек бар, бірақ тең емес
- ▶ 2-текті: кемінде бір жақ шек жоқ немесе ∞

Түзетілетін үзіліс

Егер $x = x_0$ нүктесінде ақырлы оң жақты және сол жақты шектер бар болып, бірақ олар осы нүктедегі функцияның мәніне тең болмаса, онда x_0 нүктесі $f(x)$ функциясының *түзетілетін үзіліс нүктесі* деп аталады.

Кесіндідегі үзіліссіздік

Егер $y = f(x)$ функциясы (a, b) аралығында үзіліссіз болып, ал $x = a$ нүктесінде оң жақтан (яғни $\lim_{x \rightarrow a+} f(x) = f(a)$), ал $x = b$ нүктесінде сол жақтан (яғни $\lim_{x \rightarrow b-} f(x) = f(b)$) үзіліссіз болса, онда $y = f(x)$ функциясын $[a, b]$ **кесіндісінде үзіліссіз** дейді.

Үзіліссіз функция қасиеттері

Кесіндіде үзіліссіз функциялардың қасиеттері

1. Егер $y = f(x)$ функциясы $[a, b]$ кесіндісінде үзіліссіз болса, онда ол осы кесіндіде ақырлы (шенелген)

2. **Вейерштрасс теоремасы** Егер $y = f(x)$ функциясы $[a, b]$ кесіндісінде үзіліссіз болса, онда ол осы кесіндіде өзінің ең кіші және ең үлкен мәндерін қабылдайды.

3. **Больцано-Коши теоремасы** Егер $y = f(x)$ функциясы $[a, b]$ кесіндісінде үзіліссіз және және $x = a$, $x = b$ нүктелеріндегі мәндері әртүрлі таңбалар қабылдаса ($f(a) \cdot f(b) < 0$), онда $f(c) = 0$ теңдігі орындалатындай $[a, b]$ кесіндісінің ең болмағанда $c \in (a, b)$ бір нүктесі бар.

Бекіту сұрақтары

- ▶ Үзіліссіздік анықтамасы
- ▶ Үзіліс нүктелері
- ▶ Вейерштрасс теоремасы
- ▶ Больцано-Коши теоремасы