

Лекция - 12. Жарық дисперсиясы. Қалыпты және «аномаль» дисперсия. Оны бақылау әдістері. Дисперсияның электрон теориясының негіздері. Фазалық және топтық жылдамдық. Олардың арасындағы байланыс.

Лекцияның мақсаты: Жарықтың таралуындағы дисперсия құбылысын түсіндіру; қалыпты және аномаль дисперсияның физикалық табиғатын ашу; дисперсияны өлшеу және бақылау әдістерімен таныстыру; электрондық теория негізінде сыну көрсеткішінің жиілікке тәуелділігін қарастыру; фазалық және топтық жылдамдық ұғымдарын және олардың байланысын меңгерту.

Негізгі сұрақтар

1. Дисперсия ұғымы және оның пайда болу себептері.
2. Қалыпты және аномаль дисперсия.
3. Дисперсияны бақылау және өлшеу әдістері.
4. Электрондық (Лоренц–Осцилляторлық) теория негіздері.
5. Фазалық жылдамдық v_{ϕ} .
6. Топтық жылдамдық v_t .
7. Топтық және фазалық жылдамдықтардың байланысы

Қысқаша мазмұны

Классикалық электромагниттік теорияда ортаның сыну көрсеткіші жарықтың толқын ұзындығына тәуелді емес деп саналады. Бірақ бұдан бұрын Ньютон өзінің классикалық тәжірибесінде ортаның сыну көрсеткіші толқын ұзындығынан тәуелді $n=n(\lambda)$ болатындығын көрнекі түрде көрсетіп берген болатын.

Жарықтың дисперсиясы деп ортаның n сыну көрсеткішінің жарықтың λ толқын ұзындығына тәуелділігін айтады. Жарықтың дисперсия құбылысын зерттеуде көбінесе зат дисперсиясы ұғымы – сыну көрсеткішінен толқын ұзындығы бойынша $\frac{dn}{d\lambda}$ туындысы пайдаланады.

Жарықтың заттағы қалыпты және аномаль дисперсиясы

Максвелл теңдеулерінен электромагниттік толқынның (жарықтың) ортада таралу жылдамдығы $v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \approx \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}$ тең болатындығы келіп шығады (өйткені ферромагниттік емес орталар үшін $\mu = 1$). Екінші жағынан, оптикада сыну көрсеткіші n ортада жарықтың таралу жылдамдығы $v = c/n$ (жарық электромагниттік толқынның бір түрі). Сонымен мына қатынас орындалады деп күтуге болады:

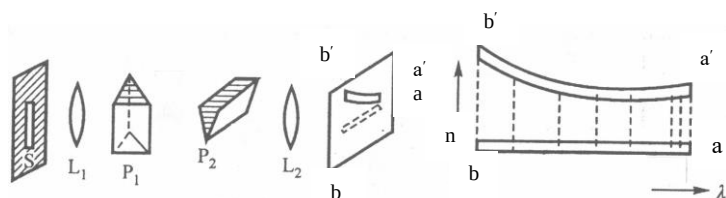
$$n^2 \approx \varepsilon, \quad (1)$$

мұндағы ε - ортаның диэлектрлік өтімділігі.

Заттың n сыну көрсеткішінің электромагниттік толқынның λ толқын ұзындығына (немесе ν жиілігіне) тәуелділігі әлде бұған сәйкес ортадағы v жылдамдықтың λ -ға (немесе ν жиілікке) тәуелділігі **электромагниттік толқынның (жарықтың) дисперсиясы** деп аталады.

Сонымен, электромагниттік толқынның (жарықтың) дисперсия құбылысы $n = n(\lambda)$ [$n = n(\nu)$] немесе $v = v(\lambda)$ [$v = v(\nu)$] функциялық тәуелділіктерінің болатындығын білдіреді.

Жарық дисперсиясын бақылау әдістері



Жарық дисперсиясына алғашқы тәжірибелік зерттеулерді Ньютон жүргізді. Ол айқастырылған призмалар

әдісін (метод скрещенных призм) қолданды. Ақ жарық S_p вертикаль саңылаудан және сындырушы қырлары өзара перпендикуляр P_1 және P_2 екі призмадан өтіп, L_1 және L_2 линзалардың көмегімен Э қалқада (экранда) жиналады (2-сурет). Егер сындырушы қыры тігінен қойылған тек P_1 бір призма болса, онда Э экран бетінде av жолағымен кескінделетін горизонталь түрлі түсті жолақ - тұтас спектр шыққан болар еді. Енді сындырушы қыры P_1 -ге перпендикуляр болатын P_2 призма ендірілгенде әрбір сәуле жоғары қарай ығысады және неғұрлым ол үшін осы призманың сыну көрсеткіші үлкен болса, соғұрлым күштірек ығысады. av спектрі түгелдей төмен ығысады және $a'v'$ қалпына келеді. Спектрдің a' қызыл шеті үшін ығысу ең аз, ал спектрдің v' күлгін шеті үшін ең үлкен болады. Спектрдің аралық нүктелері үшін спектрдің берілген нүктесіне сәйкес толқын ұзындығы үшін сыну көрсеткіші неғұрлым үлкен болса, соғұрлым ығысу үлкен болады. Сонымен, $a'v'$ жолағы иілген болады және көрнекі түрде P_2 призмадағы дисперсияның жолын бейнелейді: экранда бақыланатын түрлі-түсті $a'v'$ жолақтың түрі $n(\lambda)$ тәуелділігін кескіндейді.

Дисперсияның классикалық теориясы

Жарықтың дисперсиясын электромагниттік теория мен заттың электрондық теориясы негізінде түсіндіруге болады. Дәлмә-дәл қарастырғанда атомдағы электрондардың қозғалысы (дәлірек-тәртібі) кванттық физика заңдарына бағынады. Бірақта жарықтың дисперсиясын сапалық дәрежеде ұғыну үшін классикалық көріністермен шектелу жеткілікті болады; бұлар кванттық теория нәтижелерімен үйлесетін нәтижелер береді.

Сонымен, $n(\omega)$ тәуелділігін түсіндіру міндеті алда тұрған болсын. Изотропты магниттік емес ортада $n = \sqrt{\varepsilon}$ болатыны белгілі. Өз кезегінде ε мына қатынастан $\varepsilon = 1 + \chi$ табуға болады, мұндағы χ - диэлектрлік алғырлық, ол $\vec{p} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$ қатынасындағы коэффициент, $\vec{p}$ - поляризациялану, яғни бірлік көлемнің дипольдық моменті.

Г.А. Лоренц ұсынған дисперсияның классикалық электрондық теориясы жарық өрісінің (электромагниттік толқынның) атомдардың байланысқан электрондарына бұлардың тежелуі ескерілгенде тигізетін ықпалына негізделген. Дисперсияның электрондық теориясына сәйкес диэлектрик жарық сәулесі әсерінен еріксіз тербелістер жасайтын осцилляторлардың жиынтығы ретінде қарастырылады.

Қарапайым жағдайда атом меншікті дөңгелектік жиілігі ω_0 гармоникалық осциллятор ретінде қарастырылады. Электронның гармоникалық тербелісі жайындағы ұйғарым электронға оның тепе-теңдік қалыптан ауытқуы өскенде сызықты артатын серпімді күш әрекет ететіндігін білдіреді. Осы жағдайдағы электронның қозғалыс теңдеуін жазайық:

$$m\ddot{\vec{r}} = -k\vec{r}, \quad (1)$$

мұндағы m электрон массасы, k – серпімді тұрақты. Шешімді мына түрде іздестіреміз:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 \exp(i\omega_0 t),$$

мұндағы $\vec{r}_0$ - тербеліс амплитудасы, $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ - атомдағы электронның меншікті тербеліс жиілігі.

Жарықтың фазалық және топтық жылдамдығы

Толқындық пакет. Қатаң (идеал) монохроматты толқын-бұл идеализация. Мұндай толқындар табиғатта жоқ. Кезкелген реал толқынды, Фурье теоремасына сәйкес, амплитудалары мен қайсыбір $\Delta\omega$ аралықтағы жиіліктері әр түрлі монохроматты толқындардың суперпозициясы ретінде қарастыруға болады. Бір-бірінен жиіліктері бойынша айырмашылығы аз ($\Delta\omega \ll \omega$) толқындардың суперпозициясын



1-сурет

толқындық пакет немесе **толқындар тобы** деп атайды. Толқындық пакеттің қайсыбір уақыт мезетіндегі түрі 1-суретте көрсетілген. Толқындық пакеттің аумағында монохроматты құраушылар бірін-бірі күшейтеді, ал пакеттен тыс іс жүзінде бірін-бірі өшіреді.

Вакуумда пакетті құрап тұратын барлық монохроматты толқындар

$$v = \frac{\omega}{k} \quad (1)$$

бірдей фазалық жылдамдықпен таралады, мұндағы $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - толқындық сан. Осындай жылдамдықпен толқындық пакеттің өзі вакуумда өзінің пішінін өзгертпей таралады.

Топтық жылдамдық. Дисперсиялаушы ортада толқындық пакет жайылады, өйткені оның монохроматты құраушыларының жылдамдықтары бір-бірінен өзгеше болады да, осындай толқынның жылдамдығы ұғымын айқындап алу қажет.

Егер дисперсия болмашы аз болса, онда толқындық пакеттің жайылуы өте тез болмайды. Осы жағдайда толқындық пакетке оның «ауырлық центрің орын ауыстыратын u жылдамдықты таңуға болады. Бұл топтық жылдамдық деп аталатын жылдамдық. Топтық жылдамдықтың

$$u = \frac{d\omega}{dk} \quad (2)$$

өрнегімен анықталатындығын тиісті есептеу жүргізіп көз жеткізуге болады.

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda} . \quad (5)$$

Бұл **Рэлей формуласы** деп аталатын формула.

Бакылау сұрақтары

1. Дисперсия дегеніміз не?
2. Қалыпты және аномаль дисперсияның айырмашылығы неде?
3. Дисперсияны анықтаудың қандай әдістері бар?
4. Лоренц осцилляторлық моделі нені түсіндіреді?
5. Фазалық және топтық жылдамдықты анықтамаларын беріңіз.
6. $v_{г}$ және $v_{ф}$ арасындағы байланыс формуласы қандай?

Ұсынылатын әдебиеттер:

- Сивухин Д.В. 3-е изд., стереот. М.: ФИЗМАТЛИТ; Изд-во МФТИ, 2021, 792 с.
- Савельев, И.В. Курс общей физики. В 3-х т.: Учебное пособие для студ.вузов/ И.В.Савельев.- 10-е изд.,стер.- СПб: Лань. - (Учебники для вузов. Специальная литература) Т.2: Электричество и магнетизм. Волны. Оптика, 2020, 496с.
- Иродов И.Е. Волновые процессы. Основные законы. Издательство "Лаборатория знаний", 8-ое издание, 2020, 266 стр.
- Иродов И.Е. Задачи по общей физике, 13-е изд. — М.: Лаборатория знаний, 2020, 431 стр.
- Жұманов К.Б. Оптика негіздері, Алматы: Қазақ университеті, 2020, 321 бет.

Аль-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті
Физика техникалық факультеті

Жарықтың дисперсиясы. Қалыпты және
«аномаль» дисперсия. Оны бақылау әдістері.
Дисперсияның электрон теориясының негіздері.
Фазалық және топтық жылдамдық. Олардың
арасындағы байланыс.

Мархабаева А.А

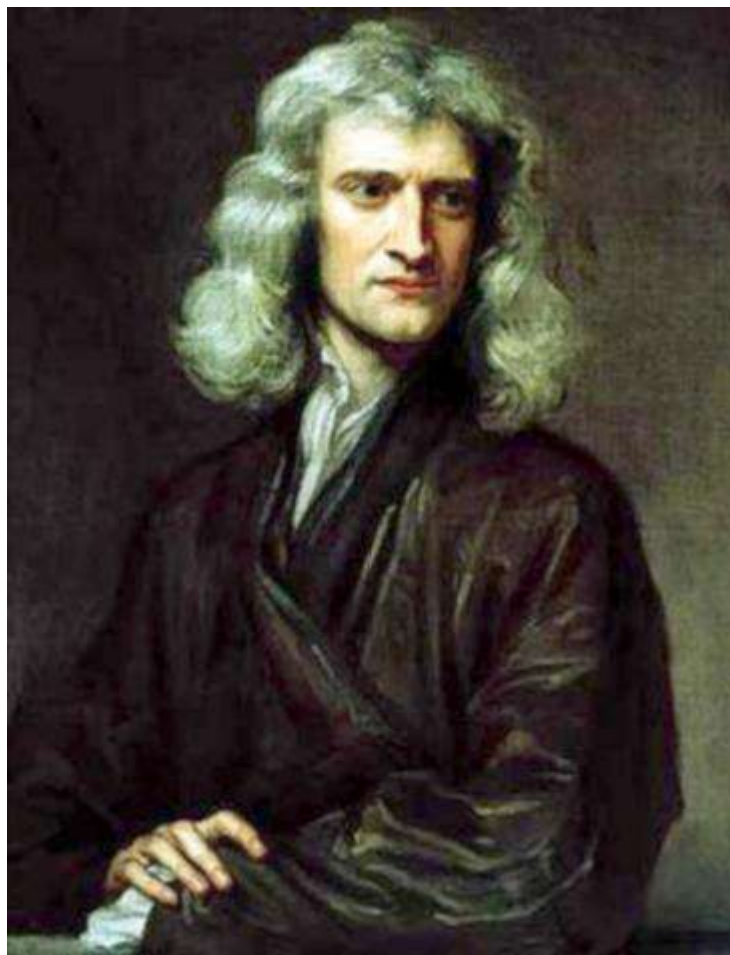
- Заттың сыну көрсеткішінің электромагниттік толқынның толқын ұзындығына (немесе жиілігіне) тәуелділігі әлде бұған сәйкес ортадағы жылдамдықтың (немесе жиілікке) тәуелділігі **электромагниттік толқынның (жарықтың) дисперсиясы** деп аталады.
- Сонымен, электромагниттік толқынның (жарықтың) дисперсия құбылысы немесе функциялық тәуелділіктерінің болатындығын білдіреді.

$$[n = n(\nu)] \quad \nu = \nu(\lambda)$$

$$[\nu = \nu(\nu)] \quad n = n(\lambda)$$

Исаак Ньютон

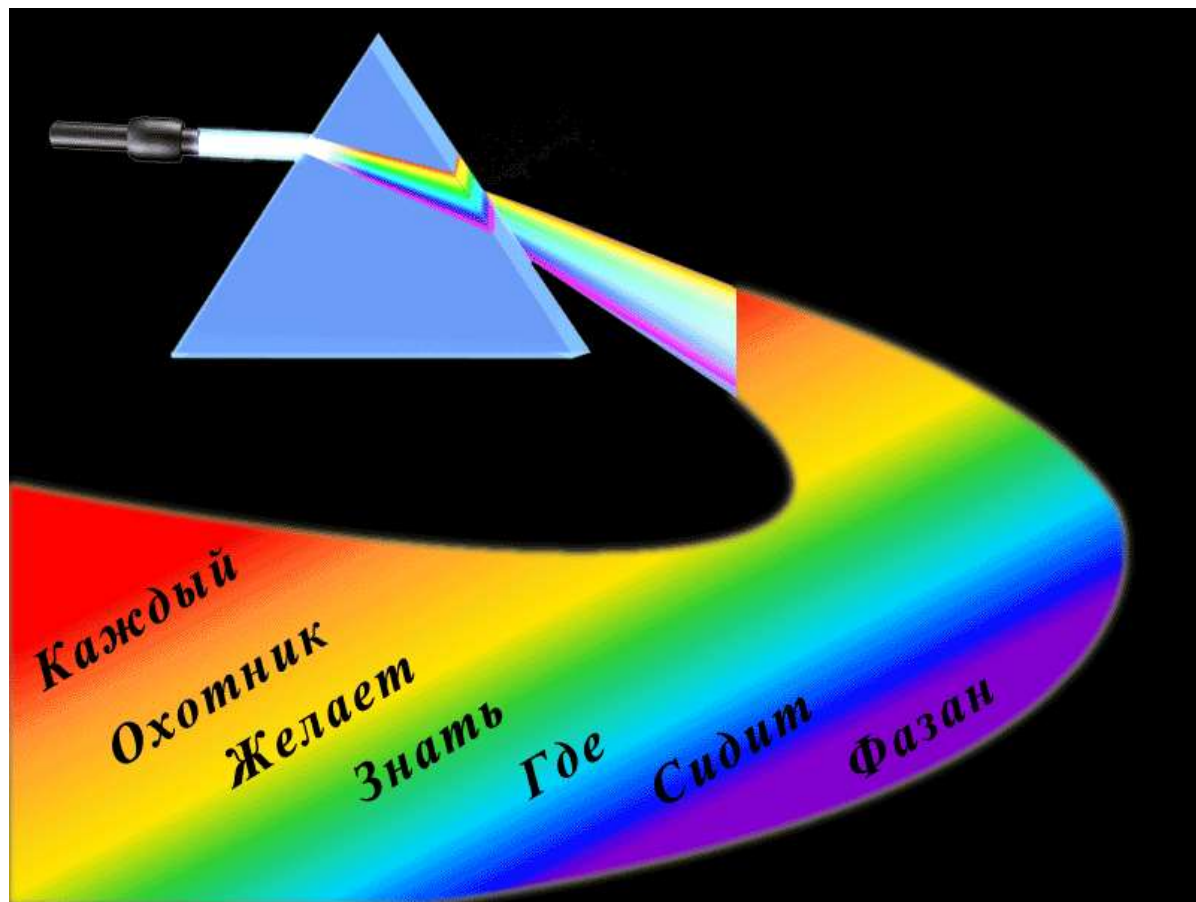
Дисперсия
1666 год





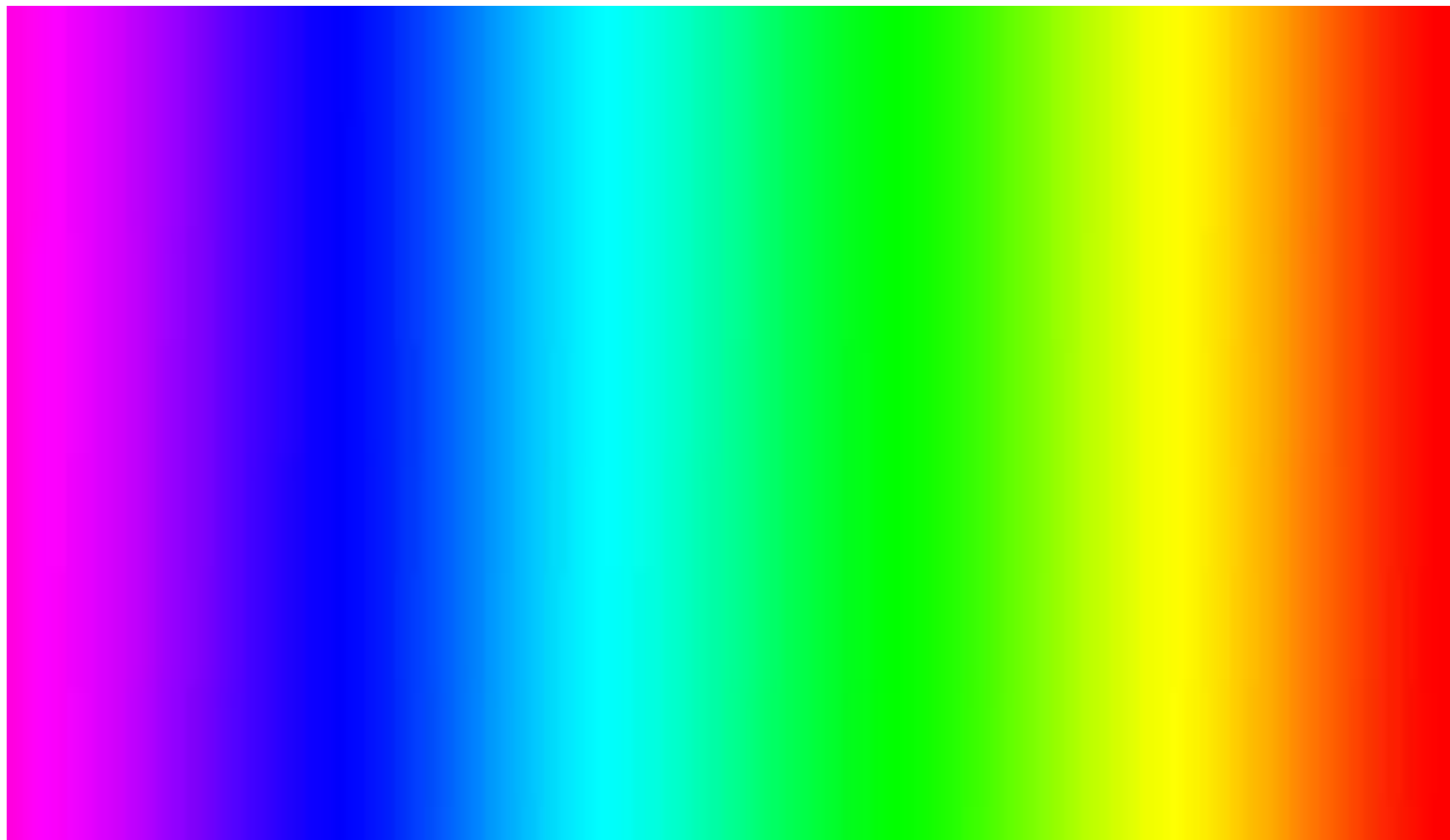
Опыт И. Ньютона

Дисперсия- жарықтың сыну көрсеткішінің
толқын ұзындығына немесе жиілігіне тәуелділігі



- И.НЬЮТОН.
Ақ жарық жеті
түсктен
тұрады

спектр



Монохроматты жарық дегеніміз –

толқын ұзындығы бір жарық тербелістері

Әрбір түске өзінің толқын ұзындығы сәйкес келеді.

760 – 620 нм	620 – 590 нм	590 – 560 нм	560 – 500 нм	500 – 480 нм	480 – 450 нм	450 – 380 нм

*Дисперсия жоқ кезде, фазалық жылдамдық дегеніміз бірдей толқын фазасының қозғалу жылдамдығы. Ол толқынның жиілігіне тәуелсіз. Сондықтан жиілігі әртүрлі толқындар, толқындық пакет түзіп ортада қозғалса олардың толқындық фронты пішінін өзгертпейді. Дисперсияға ие толқындар үшін, **топтық жылдамдық** деген ұғым енгізілген. Толқындық жылдамдық дегеніз толқындық пакет түзетін кеңістікте әрбір уақыттағы толқындық шептің (волновой цуг) қозғалу жылдамдығы.*

Реалды толқындар бінесе гармоникалық толқындардың жиынтығы. Олар ортада қозғалғанда әрқайсысының фазалық жылдамдығынан ерекше топтық жылдамдықпен қозғалады.

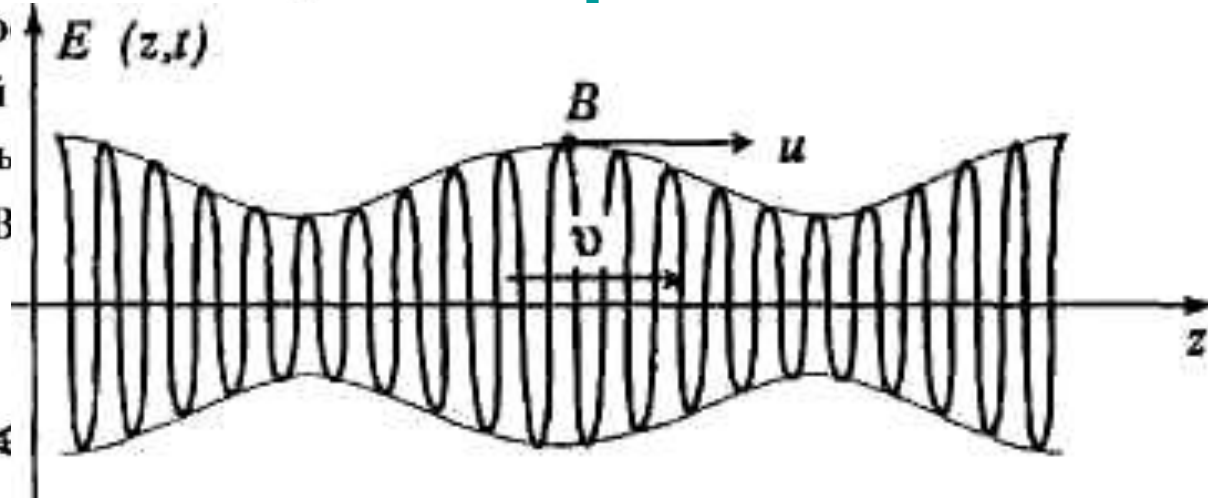
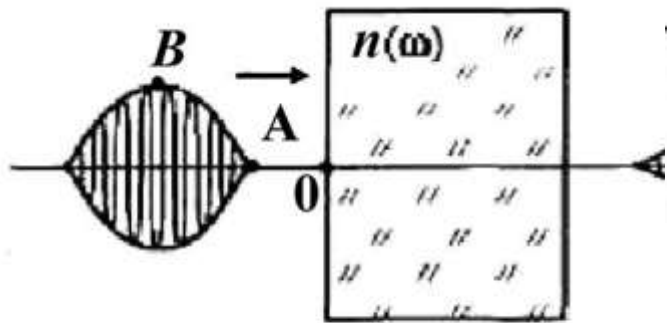
Монохроматты толқынның фазалық жылдамдығы деп толқындық фронттың таралу жылдамдығын айтады. Сыну көрсеткіші n ортада фазалық жылдамдық

$$\omega \cdot \Delta t - k \cdot \Delta x = 0$$

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n}$$

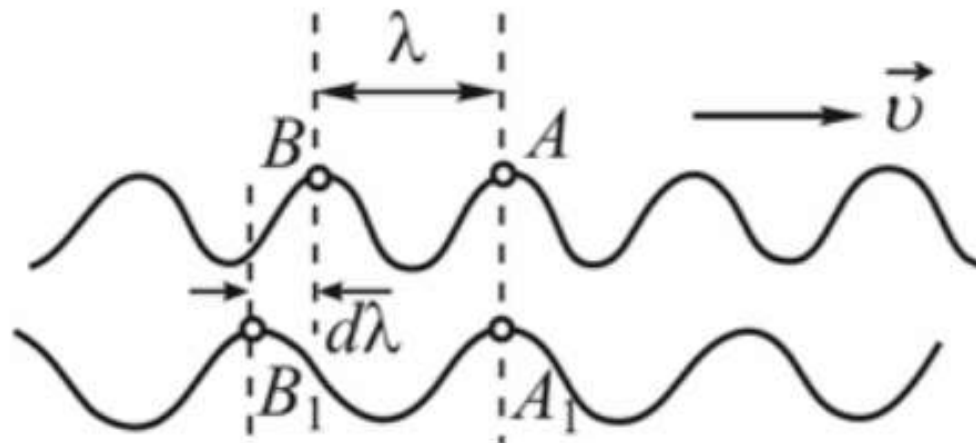
ω – циклдiк жиiлiк k – толқындық сан

Групповая скорость, это скорость перемещения центра волновой группы или точки с максимальным значением амплитуды (точка В)



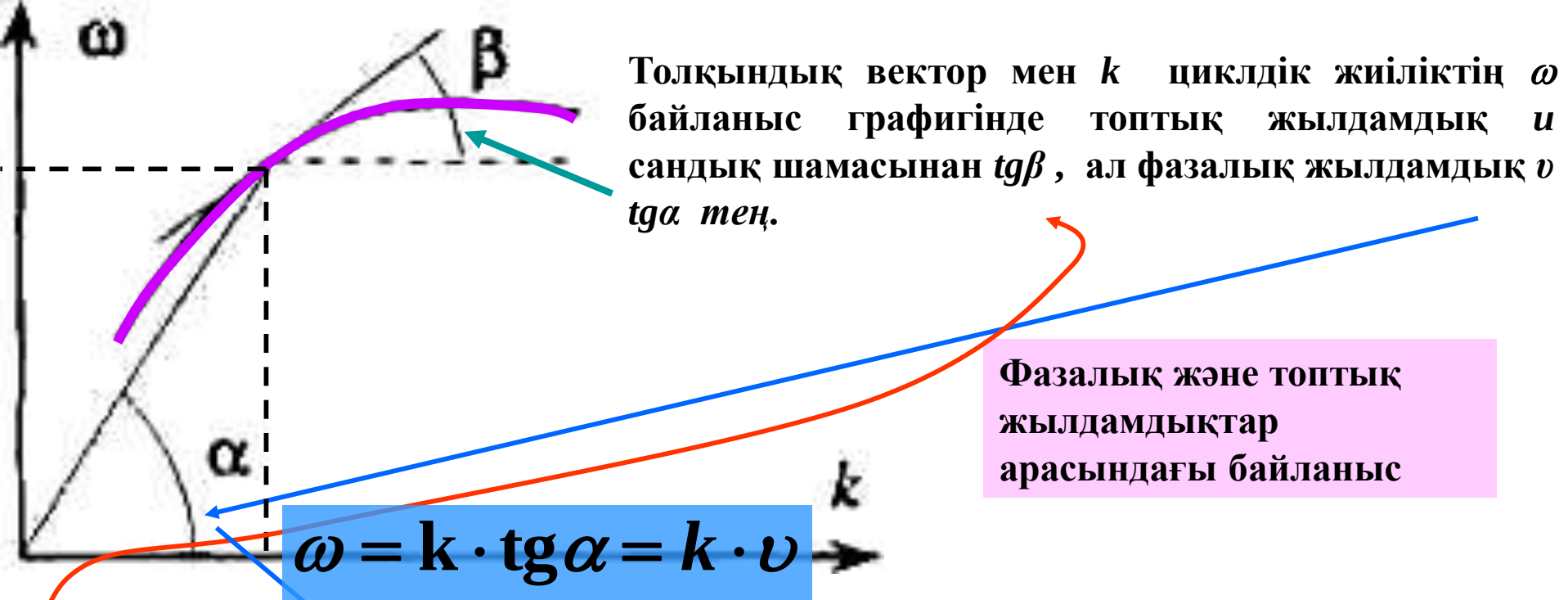
$$v = \frac{\frac{\Omega}{k_1 - k_2}}{2} = \frac{2\Omega}{k_1 - k_2} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} \rightarrow \frac{d\omega}{dk} = u$$

Толқындық жылдамдық



Бір біріне қатысты ортада қозғалып келе жатын екі толқынды қарастырайық. Толқын жылдамдығы толқын ұзындығы өскен сайын өседі делік. Ендеше астыңғы толқын $d\lambda + \lambda$ -ға жоғарғы толықнан озып келеді. А және А'1 нүктесінде толқын өркешеті сәйкес, осы жерде тербеліст максимумы болады. Т уақыттан кейін В1 үстінді В нүктесін $d\lambda$ -ға озады. Яғни, толқындық топтың максимумы λ -ға шегінді. Сондықтан толқындық пакеттің орын ауыстыруының жылдамдығы жоғарғы толқынның жылдамдығынан v/τ -ға кіші болады.

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(v \cdot k)}{dk} = v + k \frac{dv}{dk} = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}$$



Рэлей формуласы фазалық және топтық жылдамдықты байланыстырады

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(v \cdot k)}{dk} = v + k \frac{dv}{dk} = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda} \quad (1)$$

$$\frac{dv}{d\lambda} < 0$$

$$u > v$$

(2)

–аномальды дисперсия жағдайы

$$\frac{dv}{d\lambda} > 0$$

$$u < v$$

(3)

–нормаль дисперсия жағдайы

1. Егер фазалық жылдамдық топтық жылдамдыққа тең болса дисперсия байқалмайды

$$\frac{dv}{d\lambda} = 0, \text{ то } v_{gp} = v \text{ и в среде нет дисперсии.}$$

2. Егер фазалық жылдамдық топтық жылдамдықтан үлкен болса нормаль дисперсия байқалады

$$\text{Если } \frac{dv}{d\lambda} > 0, \text{ то } v_{gp} < v, \text{ при этом } \frac{\partial v}{\partial \lambda} = -\frac{c}{n^2} \frac{\partial n}{\partial \lambda} \text{ и } \frac{\partial n}{\partial \lambda} < 0.$$

Это *нормальная дисперсия*.

3. Егер фазалық жылдамдық топтық жылдамдықтан кіші болса аномаль дисперсия байқалады

$$3) \text{ Если } \frac{dv}{d\lambda} < 0, \text{ то } v_{gp} > v, \text{ и } \frac{\partial n}{\partial \lambda} > 0 - \text{ это } \textit{аномальная дисперсия}.$$

Жарық дисперсиясы

Әрбір атомды электрлік осциллятордың жиынтығы ретіне қарастыруға болады. Жарықтың дисперсиясы зарядталған бөлшектерге (оң зарядталған ион және теріс электрон) сыртқы өріс әсер еткенде байқалады. Классикалық теорияда электронның қозғалысы өшетін гармоникалық тербеліс ретінде қарастырылады және Ньютон теңдеуімен өрнектеледі:

$$m \cdot \ddot{\mathbf{r}} = -k \cdot \mathbf{r} - g \cdot \dot{\mathbf{r}} + e \cdot \mathbf{E}' \quad (1)$$

Электронды тепе теңдік күйге әкелуге тырысатын квазисерпімді қайтымды күш

$$\ddot{\mathbf{r}} + 2\gamma \cdot \dot{\mathbf{r}} + \omega_o^2 \cdot \mathbf{r} = \frac{e}{m} \cdot \mathbf{E}' \quad (2)$$

Электронға әсер ететін сыртқы өріс

$$\omega_o^2 = k/m, \quad 2\gamma = g/m$$

Жарықтың жұтылуын ескеретін уйкеліс күші

$$\mathbf{E}' = E_o(\mathbf{x}) \cdot e^{j\omega t}$$

$$\mathbf{r} = \frac{e/m}{\omega_o^2 - \omega^2 + 2j\omega\gamma} \cdot \mathbf{E}' \quad (4)$$

Электрон ядроға қатысты ығысатын болғандықтан атом диполдік моментке ие болады

$$\mathbf{p} = e \cdot \mathbf{r} = \alpha \cdot \mathbf{E} \quad (5)$$

Ортаның поляризация векторы

$$\mathbf{P} = \alpha \cdot N \cdot \mathbf{E}' = \chi \cdot \mathbf{E}' \quad (6)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \cdot \mathbf{P} = \varepsilon \cdot \mathbf{E} \quad (7)$$

Индукция векторы

$$\varepsilon = 1 + 4\pi\chi$$

Атомдық осциллятордың өшуіне байланысты диэ.өтім комплексті шама болады

$$\varepsilon = 1 + \frac{4\pi N e^2 / m}{\omega_o^2 - \omega^2 + 2j\omega\gamma}$$

(8)

$$= n^2 - \eta^2 - 2j \cdot n \cdot \eta$$

$$\sqrt{\varepsilon} = n - j\eta$$

(9)

$$\varepsilon = n^2 = 1 + \frac{4\pi N e^2 / m}{\omega_o^2 - \omega^2} \quad \text{при} \quad \gamma \rightarrow 0$$

(10)

$$\omega_{\rho}^2 = \left(\frac{N e^2}{m \varepsilon_o \varepsilon_{\infty}} \right)$$

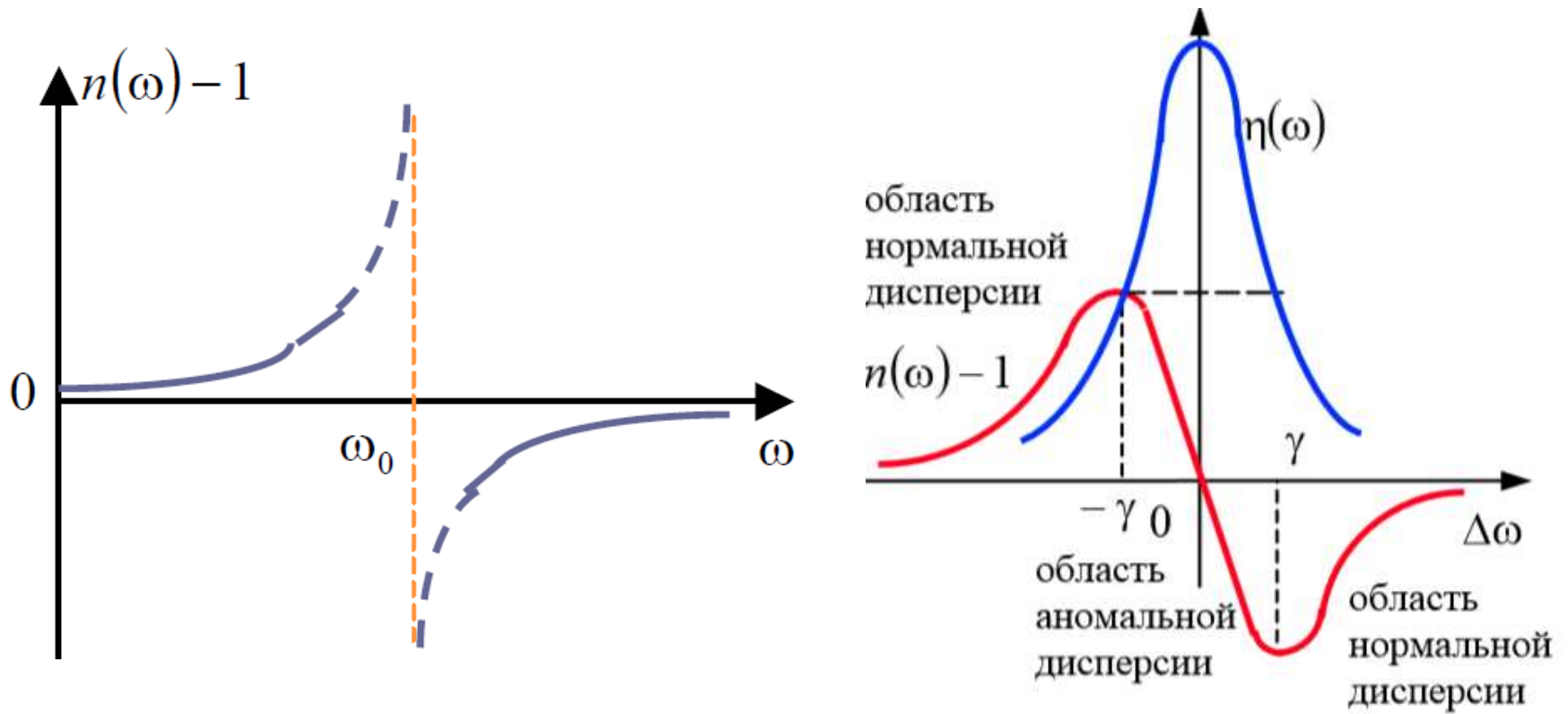
Ыңғайлы болу үшін келесі константаны енгізген: Ленгмюровтық жиілік немесе плазмдық тұрақты деп аталады. Ендеше диэлектрлік өтімділікті келесі түрде жазуға болады:

(11)

$$\varepsilon = n^2 = \varepsilon_{\infty} \left(1 + \frac{\omega_{\rho}^2}{\omega_o^2 - \omega^2} \right)$$

(12)

$$n^2 - \eta^2 = \varepsilon_{\infty} \left[1 + \frac{(\omega_o^2 - \omega^2) \cdot \omega_{\rho}^2}{(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + (2\omega\gamma)^2} \right]$$



Бұл формула ең алғаш рет 1871 жылы Зельмейермен алынған. Бұл қатынас тек бір осциллятор үшін арналған. Реал кристалдарда әр түрлі жиіліктердегі бірнеше осцилляторлар болады. Сондықтан жиілік шексіздікке дейін артқан кезде ε_∞ ұмтылады.

$$n^2 - \eta^2 - \varepsilon_\infty = \left(\frac{Ne^2}{m\varepsilon_0} \right) \frac{\omega_o^2 - \omega^2}{(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + (2\omega\gamma)^2} \quad (2)$$

ЖАРЫҚТЫҢ ЖҰТЫЛУЫ

Жарық жұтылуы дегеніміз оның ортадан өткен кезде интенсивтілігінің кемуін айтамыз. Интенсивтіліктің азаюы энергияның бір түрден екінші түрге ауысуымен байланысты: мысалық жылулық қозғалыстарға, молекула ионизациясына немесе активация энергиясына жұмасалады.

Жарықтың дисперсиясы кезінде сыну көрсеткіші мен өшу коэффициенті жарықтың интенсивтілігіне тәуелсіз шамалар. Сондықтан монохроматты толқынның амплитудасы келесі өрнекпен кемиді:

$$A = A_0 \exp(-2\pi \kappa x / \lambda).$$

Ал интенсивтілік Бугер заңымен өрнектеледі (біртекті орталар үшін):

$$I = I_0 e^{-\alpha x}, \quad \alpha = 4\pi \kappa / \lambda$$

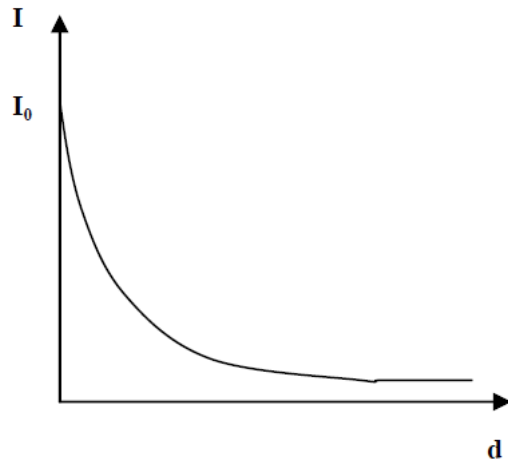
Жұтылу коэффициенті ортаның табиғатына және жарық толқын ұзындығына тәуелді шама

ЖАРЫҚТЫҢ ЖҰТЫЛУЫ

Боялған орталар үшін (20%), ерітінді толқын ұзындығын жұтпайтын жағдайда, жарықтың интенсивтілігі экспоненциалды заңмен кемиді.

$$I = I_0 e^{-\alpha c d}$$

Боялған ерітінділер үшін Бугер-Ламберт-Бер заңы деп аталды. C –ерітіндінің концентрациясы. График түрде Бугер заңы төмендегідей.



$$\frac{I}{I_0} = \tau$$

Өткізу коэффициенті

$$D = \lg \frac{I}{I_0} = \alpha c d$$

Ерітінділер үшін
оптикалық тығыздық

Бұл заңдылық арқылы боялған ерітінділер үшін ерітіндінің тек концентрациясын ғана емес сонымен қатар құрамын анықтауға болады.

Суретте ерітінділердің жұтылу спектрі көрсетілген. Жұтылу спектрі жұтылу көрсеткішінің толқын ұзындығына тәуелділік графигі. Егер ерітінді тек бір толқын ұзындықтарында жұтса ол сызықты спектрге ие оң жақ немесе тұтас спектр түзуі мүмкін сол жақ

