КОШИ ТЕКТЕС ИНТЕГРАЛДАРДЫҢ НЕГІЗГІ ҚАСИЕТТЕРІ

§2. Коши тектес интегралдар

1. Меншіксіз интегралдар

Егер нақты функцияның анықталған интегралын қарастырсақ, онда оның алғашқы анықтамасы бойынша (қосындылар шегі арқылы анықталған) ол тек шектелген функциялар үшін ғана бар. Егер интеграл астындағы функция $[a,b]$ интегралдау сегментінің белгілі бір c нүктесінде шексіздікке айналса, онда мұндай функцияның интегралына екінші рет шекке көшіп барып мағына береді. Дәлірек айтсақ, c нүктесінің маңайын кесіп алып тастап, интегралды қалған бөлігі бойынша алады да одан кесіп алынып тасталған бөлігінің ұзындығын нөлге ұмтылдырып шекке көшеді, яғни

$$\lim_{\substack{\varepsilon_1 \to 0 \\ \varepsilon_2 \to 0}} \left[\int_a^{c-\varepsilon_1} f(x)dx + \int_{c+\varepsilon_2}^{b} f(x)dx \right]$$

шегін есептейді, егер бұл бар болса, онда мұны шектеусіз $f(x)$ функциясының (a,b) интервалы бойынша **меншіксіз интегралы** деп атайды.

Бұл анықтамада кесіп алынып тасталған c нүктесінің маңайы кез келген, тек оның ұзындықтары нөлге ұмтылса болғаны. Демек, ε_1 және ε_2 бір-бірінен тәуелсіз кез келген зандылықпен нөлге ұмтылады.

Математикалық анализ курсында меншіксіз интегралдың бар болатынын $f(x)$ функциясының шексіздік реті бірден кіші болғанда, яғни

$$|f(x)| < \frac{M}{|x-c|^{\alpha}} \, (\alpha < 1, M - const)$$

болғанда, дәлелденген.

Егер $f(x)$ функциясының шексіздікке айналу реті бір немесе одан жоғары болса, онда меншіксіз интеграл бар болмайды немесе интегралды **жинақты емес** деп айтады.