

Лекция 8 «Модифицированное уравнение массопередачи. Массообмен между фазами. Конвективная диффузия. Критериальное уравнение конвективного массообмена»

Цель: Сформулировать и написать модифицированное уравнение массопередачи. Описать массообмен между фазами. Охарактеризовать конвективную диффузию. Сформулировать критерии диффузионного подобия конвективной диффузии.

Краткий конспект лекции: Модифицированное уравнение массопередачи. Во многих случаях расчётной практики основное уравнение массопередачи используется в модифицированной форме. Так как поверхность фазового контакта не определяется простым геометрическим вычислением. В этом случае основной технической характеристикой аппарата может служить объём, высота или число ступеней фазового контакта.

Для вывода модифицированного уравнения массопередачи, когда за основную техническую характеристику аппарата принимается его высота, поверхность фазового контакта во всём объёме аппарата можно представить выражением:

$$F = fH\sigma, \text{ м}^2, \quad (1)$$

где f – площадь сечения аппарата, м^2 , H – высота аппарата, м^2 , σ – удельная поверхность фазового контакта в единице объёма аппарата, $\text{м}^2/\text{м}^3$.

Подставляя найденные значения поверхности фазового контакта (1) в основное уравнение массопередачи получим

$$M = K_y f H \sigma \frac{y_H - y_K}{\int_{y_K}^{y_H} \frac{dy}{y - y^*}} \quad (2)$$

Заменяя

$$M = G(y_H - y_K), \quad (3)$$

будем иметь

$$G(y_H - y_K) = K_y f H \sigma \frac{y_H - y_K}{\int_{y_K}^{y_H} \frac{dy}{y - y^*}}, \quad (4)$$

Откуда

$$H = \frac{G}{K_y f \sigma} \int_{y_K}^{y_H} \frac{dy}{y - y^*} \quad (5)$$

Если движущая сила выражена через концентрацию распределяемого вещества в жидкой фазе, то модифицированное уравнение массопередачи (5) будет иметь вид:

$$H = \frac{L}{K_x f \sigma} \int_{x_K}^{x_H} \frac{dx}{x^* - x} \quad (6)$$

где L и G – потоки жидкости и газа, поступающие на обработку.

Множители в уравнениях $\frac{G}{K_y f \sigma}$, $\frac{L}{K_x f \sigma}$ (5) и (6) представляют собой высоту участка аппарата, соответствующую одной единице переноса и называемую высотой единицы переноса ($BEП = h$).

Интеграл представляет собой изменение рабочих концентраций на единицу движущей силы на данном участке и называется числом единиц переноса – n . Число единиц переноса определяется методом графического интегрирования.

Одна единица переноса $n = 1$ соответствует участку аппарата, на котором изменение рабочих концентраций равно средней движущей силе на данном участке.

Уравнения (5) и (6) после введения определённой высоты единиц переноса и числа единиц переноса записываются [2,3].

$$H = hn \quad (7)$$

Массообмен между фазами

Перенос вещества между фазами осуществляется одновременно молекулярной и конвективной диффузией. В массе фазы, вследствие интенсивного перемешивания концентрация распределяемого вещества в каждом сечении системы почти одинакова, и поэтому перенос вещества осуществляется преимущественно конвективной диффузией, т.е. движущимися частицами носителя и распределяемого вещества.

В пограничном слое перенос вещества осуществляется как молекулярной, так и конвективной диффузией. У поверхности раздела фаз возрастает роль молекулярной диффузии. Если массообмен происходит между твёрдой фазой и жидкостью или газом, то внутри твёрдой фазы перенос вещества осуществляется массопроводностью. Закон массопроводности аналогичен закону молекулярной диффузии.

Перенос вещества молекулярной диффузией определяется первым законом Фика, согласно которому количество продиффундировавшего через слой вещества пропорционально градиенту концентрации, времени и поверхности слоя, перпендикулярной к направлению диффузионного потока:

$$dM = -D \frac{\partial c}{\partial x} dF d\tau, \quad (8)$$

где M – количество продиффундировавшего вещества, кг (кгс); $\frac{\partial c}{\partial x}$ – градиент концентрации в направлении диффузии (кг/м³)/м²; F – площадь слоя, через который происходит диффузия вещества, м²; τ – время, с (ч); D – коэффициент диффузии.

Коэффициент пропорциональности D в выражении закона Фика называется коэффициентом молекулярной диффузии, или просто коэффициентом диффузии. Знак минус перед правой частью первого закона Фика указывает на то, что молекулярная диффузия всегда протекает в направлении уменьшения концентрации распределяемого компонента.

Размерность коэффициента диффузии определяется из уравнения Фика (8):

$$[D] = \left[\frac{dM \partial x}{dF \partial c \partial \tau} \right] = \left[\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{м}^2 \cdot \text{кг} / \text{м}^3 \cdot \text{с}} \right] = \left[\frac{\text{м}^2}{\text{с}} \right] \quad (9)$$

или в системе МКГСС

$$[D] = \left[\frac{dM \partial x}{dF \partial c \partial \tau} \right] = \left[\frac{\text{кгс} \cdot \text{м}}{\text{м}^2 \cdot \text{кгс} / \text{м}^3 \cdot \text{ч}} \right] = \left[\frac{\text{м}^2}{\text{ч}} \right] \quad (10)$$

Коэффициент диффузии показывает, какая масса вещества диффундирует в единицу времени через единицу поверхности при градиенте концентрации, равной единице.

Возвращаясь к аналогии с процессами распределения тепла, можно отметить, что коэффициент диффузии D является аналогом коэффициента теплопроводности a .

Коэффициент молекулярной диффузии представляет собой физическую константу, характеризующую способность данного вещества проникать вследствие диффузии в неподвижную среду. Величина D таким образом не зависит от гидродинамических условий, в которых протекает процесс.

Значение коэффициента диффузии D является функцией свойств распределяемого вещества, свойств среды, через которую оно диффундирует, температуры и давления. Обычно величины D возрастают с увеличением температуры и понижением давления (для газов). В каждом конкретном случае значение коэффициента диффузии определяют по опытным данным или по теоретическим и полуэмпирическим уравнениям с учетом температуры и давления, при которых протекает процесс диффузии [2-3].

Конвективная диффузия

При конвективной диффузии перенос вещества осуществляется движущимися частицами носителя и распределяемого вещества.

При конвективной диффузии количество переносимого вещества из фазы, отдающей вещество, к поверхности раздела фаз пропорционально поверхности фазового контакта, времени, частной движущей силе, т.е. разности концентрации распределяемого вещества в фазе и у поверхности раздела:

$$dM = \beta dF d\tau \Delta c, \quad (11)$$

где F – поверхность фазового контакта, м^2 ; τ – время, с; Δc – частная движущая сила процесса; β – коэффициент массоотдачи.

Коэффициент массоотдачи показывает, какая масса вещества переходит от поверхности раздела фаз в ядро фазы (или в обратном направлении) через единицу поверхности в единицу времени при движущей силе, равной единице.

Коэффициент массоотдачи является не физической константой, а кинетической характеристикой, зависящей от физических свойств фазы (плотности, вязкости и др.) и гидродинамических условий в ней (ламинарный или турбулентный режим течения), связанных в свою очередь с физическими свойствами фазы, а также с геометрическими факторами, определяемыми конструкцией и размерами массообменного аппарата.

По своему смыслу коэффициент массоотдачи является аналогом коэффициента теплоотдачи в процессах переноса тепла, а основное уравнение массоотдачи идентично по структуре основному уравнению теплоотдачи.

Коэффициент массоотдачи может быть выражен в различных единицах в зависимости от выбора единиц для массы распределяемого вещества и движущей силы.

Размерность коэффициента массоотдачи определяется из уравнения конвективной диффузии (11):

$$[\beta] = \left[\frac{dM}{dF d\tau \Delta c} \right] = \left[\frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot (\text{ед. движ. силы})} \right] \quad (12)$$

Если рабочая и равновесная концентрации распределяемого вещества выражены через относительные весовые составы (кг/кг), то размерность коэффициента массоотдачи будет:

$$[\beta] = \left[\frac{dM}{dF d\tau \Delta c} \right] = \left[\frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{кг}/\text{кг}} \right] = \left[\frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}} \right] \quad (13)$$

При выражении движущей силы (для газовой или паровой фазы) через разность парциальных давлений $\Delta p = p - p^*$, Н/м²:

$$[\beta] = \left[\frac{dM}{dF d\tau \Delta c} \right] = \left[\frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{Н}/\text{м}^2} \right] = \left[\frac{\text{кг} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}^2}{\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}} \right] = \left[\frac{\text{с}}{\text{м}} \right] \quad (14)$$

Если движущая сила процесса выражены через разность объемных концентраций (кг/м³), то размерность коэффициента массоотдачи будет [2,3]:

$$[\beta] = \left[\frac{dM}{dF d\tau \Delta c} \right] = \left[\frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{кг}/\text{м}^3} \right] = \left[\frac{\text{м}}{\text{с}} \right] \quad (15)$$

Критерии диффузионного подобия

Критерии диффузионного (массообменного) подобия получаются из основного уравнения конвективно-диффузионного переноса массы компонента в однофазном потоке:

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial c}{\partial x} + w_y \frac{\partial c}{\partial y} + w_z \frac{\partial c}{\partial z} = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right) \quad (16)$$

или в компактной векторной форме

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} + (\vec{w}, \text{grad } C) = D \nabla^2 C, \quad (17)$$

где конвективные слагаемые представлены скалярным произведением векторов скорости \vec{w} и градиента концентрации $\text{grad } C$, а диффузионные – оператором Лапласа $\nabla^2 C$.

Для вывода из уравнения (16) критериев подобия это уравнение записывается в упрощенной, одномерной форме с заменой обозначения пространственной координаты на l . Тогда вместо уравнения (16) запишем

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} + w \frac{\partial c}{\partial l} = D \frac{\partial^2 c}{\partial l^2}, \quad (18)$$

где полностью сохраняется принципиальное физическое содержание уравнения (16) и отдельных его слагаемых.

Правая часть уравнения (18), соответствующая интенсивности переноса целевого компонента вследствие молекулярной диффузии, делится на первое слагаемое левой части, которое отражает общую скорость изменения концентрации компонента в произвольной точке потока-носителя:

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial l^2} / \frac{\partial c}{\partial \tau} \sim D \frac{(c_{zp} - c_0)}{l^2} / \frac{(c_{zp} - c_0)}{\tau} = \frac{D\tau}{l^2}, \quad (19)$$

где $C_{гр}$ – концентрация компонента на границе раздела фаз; C_0 – концентрация компонента в основной массе потока-носителя.

При этом получим безразмерный комплекс величин

$$\frac{D\tau}{l^2} = Fo_D, \quad (20)$$

который носит название диффузионного критерия Фурье.

Диффузионный критерий Фурье представляет собой меру отношения скорости изменения концентрации, вызываемой молекулярной диффузией, к суммарной общей скорости изменения концентрации в любой точке движущейся среды. По аналогии с нестационарными процессами кондуктивно-конвективного переноса теплоты диффузионный критерий Фурье часто называют безразмерным временем нестационарного процесса диффузионно-конвективного переноса массы компонента.

Деление конвективного слагаемого уравнения (18) на диффузионный член и аналогичная замена производных по координате на отношение конечных разностей дает еще один независимый критерий диффузионного подобия, известный под названием диффузионного критерия Пекле:

$$w \frac{\partial c}{\partial l} / D \frac{\partial^2 c}{\partial l^2} \sim w \frac{(c_{zp} - c_0)}{l} / \left(D \frac{(c_{zp} - c_0)}{l^2} \right) = \frac{wl}{D} = Pe_D \quad (21)$$

Диффузионный критерий Пекле есть мера отношения интенсивностей переноса компонента конвекцией и переноса молекулярной диффузией.

Умножением и делением на кинематическую вязкость среды диффузионный критерий Пекле может быть представлен через критерий Рейнольдса и новый критерий – диффузионный критерий Прандтля (Шмидта):

$$Pe_D = \frac{wl}{D} \frac{\nu}{\nu} = \frac{wl}{\nu} \frac{\nu}{D} = Re Pr_D \quad (22)$$

Диффузионный критерий Прандтля есть мера отношения вязкостных и диффузионных свойств среды-носителя:

$$Pr_D = \frac{\nu}{D} = \frac{\mu}{\rho D} \quad (23)$$

В диффузионный критерий Прандтля входят только величины, отражающие физические свойства потока. Таким образом, этот критерий формально выражает постоянство отношения физических свойств жидкости (газа) в сходственных точках

подобных потоков. Однако его физический смысл глубже, так как вязкостью определяется, при прочих равных условиях, профиль скоростей в потоке, а от величины D в конечном счете зависит распределение концентрации.

Еще один важный для практических расчетов критерий диффузионного подобия получается из анализа условий массообмена у поверхности раздела фаз. Поскольку количество вещества, перемещающегося из фазы к границе раздела фаз, определяется уравнением конвективной диффузии (8), то у поверхности раздела фаз это же количество вещества перемещается в другую фазу за счет молекулярной диффузии и определяется уравнением молекулярной диффузии (11). Математическую формулировку граничных условий можно записать в виде:

$$\beta(C_{zp} - C_0) = D(\partial C/\partial n), \quad (24)$$

где n – направление по нормали к стенке.

Левое слагаемое делится на правое, затем неизвестное значение производной $\partial C/\partial n$ заменяется на пропорциональное отношение разности концентраций $(C_{zp} - C_0)$ к характерному геометрическому размеру системы l :

$$\beta(C_{zp} - C_0) = [D(\partial C/\partial n)] \sim \beta(C_{zp} - C_0)[D(C_{zp} - C_0)]/l = \beta l/D \quad (25)$$

Диффузионный критерий Нуссельта (Шервуда):

$$Nu_D = \frac{\beta l}{D} \quad (26)$$

есть мера отношения интенсивности массоотдачи от поверхности к интенсивности диффузионного переноса. По своей структуре диффузионный критерий Нуссельта совершенно аналогичен тепловому критерию Нуссельта $\frac{\alpha l}{\lambda} = Nu$, характеризующему теплообмен на границе.

Экспериментальные данные по определению коэффициентов массоотдачи β обрабатываются и представляются в виде зависимости диффузионного критерия Нуссельта от определяющих критериев Рейнольдса, диффузионного критерия Прандтля, а для нестационарных процессов – еще и от диффузионного критерия Фурье:

$$Nu_D = f(Re, Pr_D, Fo_D) \quad (27)$$

Для стационарных процессов из набора определяющих критериев исключается критерий Фурье, содержащий текущее время τ :

$$Nu_D = f(Re, Pr_D) \quad (28)$$

Если в объеме среды-носителя имеются зоны или точки с разными плотностями $\Delta\rho$, то в набор определяющих критериев вводится критерий Архимеда, а для геометрически неподобных систем добавляются геометрические симплексы $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots$

Таким образом, экспериментальные данные по интенсивности массообмена представляются в форме зависимости критерия Нуссельта от определяющих критериев и симплексов геометрического подобия:

$$Nu_D = f(Re, Pr_D, Ar, \Gamma_1, \Gamma_2, \dots) \quad (29)$$

Зависимость (29) может быть представлена в степенной форме:

$$Nu_D = A Re^m Pr_D^n \Gamma_1^k, \dots \quad (30)$$

Числовые значения A , m , n , k в критериальном уравнении (30) находят опытным путем, а коэффициент массоотдачи определяется из диффузионного критерия Нуссельта [1, 2]

$$\beta = \frac{Nu_D D}{l} \quad (31)$$

Вопросы для самоконтроля:

1. Выведите модифицированное уравнение массопередачи, если движущая сила рабочая и равновесная концентрации распределяемого вещества выражены через относительные весовые составы (кг/кг).
2. Сформулируйте первый закон Фика.
3. От чего зависит коэффициент молекулярной диффузии? В чём заключается его физический смысл? Какова его размерность?
4. Каковы основные различия в переносе вещества конвекцией и массоотдачей?
5. Приведите физический смысл коэффициента массоотдачи.
6. Приведите возможные размерности коэффициента массоотдачи.
7. Каков физический смысл уравнения (16) для конвективно-диффузионного переноса массы компонента в однофазном потоке?
8. Напишите критериальные уравнения массоотдачи для неустановившегося и установившегося процессов.
9. Раскройте физический смысл критериев диффузионного (массообменного) подобия.

Литература

1. Лекции по курсу «Основные процессы и аппараты химической технологии»: учебно-методическое пособие / составители: Ж.Т. Ешова, Д.Н. Акбаева. – Алматы: Қазақ университеті, 2017. – 392 с. – 40 экз.
2. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии. – М.: Химия, 1973. – 752 с.
3. Романков П.Г., Фролов В.Ф., Флисюк О.М. Методы расчёта процессов и аппаратов химической технологии (примеры и задачи). – Санкт-Петербург: ХИМИЗДАТ, 2009. – 544 с.